



# Mesures de distances

Jean Ripert

Voici la suite de notre feuilleton sur les mesures de distances. Après avoir traité la mesure du rayon de la Terre (cf. CC 89), Jean Ripert nous relate la mesure du rayon de la Lune par Aristarque.

Il entreprend ensuite le calcul des distances de la Terre à la Lune, aux planètes et enfin au Soleil.

## Le rayon de la Lune.

Aristarque de Samos détermina le diamètre de la Lune lors d'une éclipse de Lune. Il considérait que le Soleil était très loin de la Terre et donc que l'ombre de la Terre avait la forme d'un cylindre. Pour cela il détermina le temps  $t$  mis par la Lune pour passer de la position 1 (premier contact) à la position 2 (début de la totalité). Ce temps correspond au temps nécessaire à la Lune pour avancer de son diamètre. Il détermina ensuite le temps  $t'$  séparant le début de la totalité (2) de la fin de la totalité (4). Il constata que  $t' = 2t$  et en déduisit que le diamètre de la Terre est égal à trois fois le diamètre de la Lune (schéma 1).

**Remarque :** il faut évidemment que l'éclipse soit centrale.

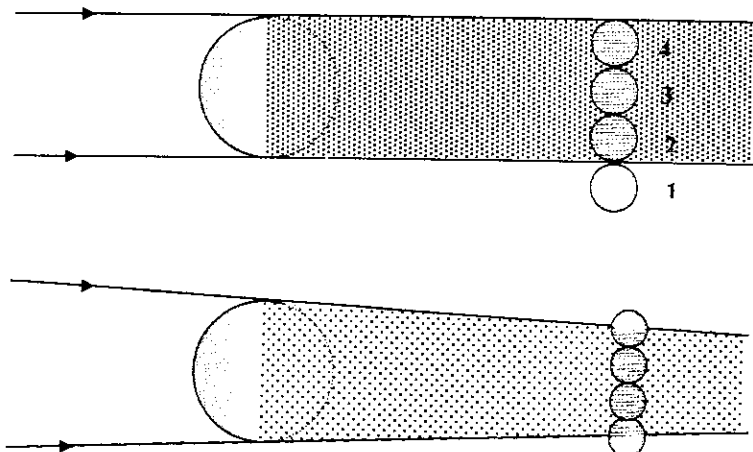
En fait l'ombre de la Terre est conique, car le Soleil est plus gros que la Terre et n'est pas situé à l'infini. L'angle au sommet de ce cône est d'environ un demi degré, ce qui correspond au diamètre apparent de la Lune. On a donc le schéma 2.

Donc, si la Lune passe un temps  $t' = 2t$  dans l'ombre de la Terre, le rapport des diamètres n'est plus de trois, mais de quatre. Le diamètre de la Terre est donc égal à quatre fois celui de la Lune.

**Remarque :** En fait le rayon  $R_T$  de la Terre n'est pas égal à 4 rayons lunaires, mais à 3,66 rayons lunaires  $R_L$ .

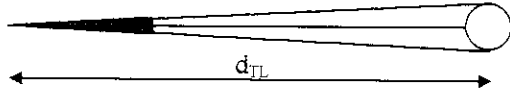
### Note :

Aristarque de Samos (310-200 avant JC) mit en oeuvre des techniques de mesures des distances Terre-Lune et Terre-Soleil.



## Distance Terre-Lune.

Connaissant le diamètre de la Lune, il suffit de mesurer l'angle  $\alpha$  (diamètre apparent) sous lequel on voit la Lune depuis la Terre pour déduire la distance Terre-Lune  $d_{TL}$ .

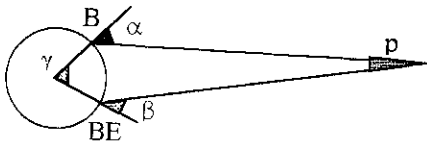


Aristarque a évalué le diamètre apparent de la Lune à  $2^\circ$ . En prenant  $R_T = 3 R_L$ , on trouve  $d_{TL} = 19 R_T$ . Hipparque<sup>1</sup> a trouvé  $0,5^\circ$ . Avec  $R_T = 3 R_L$ , on trouve  $d_{TL} = 76 R_T$  et avec  $R_T = 4 R_L$ , on trouve  $d_{TL} = 57 R_T$ . [ $19 = (3 \tan 1^\circ)^{-1}$  et  $76 = (3 \tan 0,25^\circ)^{-1}$ ].

**Remarque :** du fait de l'orbite elliptique de la Lune, la distance Terre-Lune varie entre 56 et 64  $R_T$ .

En 1751, Lalande<sup>2</sup> et La Caille<sup>3</sup> mesurent la parallaxe de la Lune depuis Berlin (B) et le Cap de Bonne Espérance (BE).

On appelle parallaxe d'un astre, l'angle sous lequel depuis cet astre on voit une longueur de référence.  
 $p = \alpha + \beta - \gamma$   
 donc :  $d_{TL} = d(B-BE) / \tan p$ .



Cette mesure a été faite à partir de deux villes situées approximativement sur le même méridien et lors du passage de la Lune dans le plan méridien.

Des mesures utilisant d'autres méthodes que la trigonométrie, ont été utilisées :

- mesure du trajet aller-retour d'une émission radar, la première mesure a été réalisée en 1946.
- tir laser sur des réflecteurs déposés par les sondes soviétiques et les astronautes américains sur la surface lunaire, à partir de deux observatoires l'un aux USA et l'autre en France (le CERGA<sup>4</sup>, situé au dessus de Grasse). Cette technique est encore utilisée. Elle permet de mesurer la distance entre réflecteur et télescope au centimètre près.

**Remarque :** la distance de la Terre à la Lune varie de 363 300 km (périgée) à 405 500 km (apogée), la distance moyenne étant de 384 401 km : l'excentricité de l'orbite est de 0,0549.

## Notes :

- 1 - Hipparque, 190-125 avant JC donne une interprétation de l'inégalité des saisons, découvre la précession des équinoxes et réalise un catalogue de 800 étoiles.
- 2 - Joseph Jérôme Lalande, 1732-1807, directeur de l'Observatoire de Paris en 1768.
- 3 - Abbé Nicolas Louis de La Caille, 1713-1762.
- 4 - Centre d'Études et de Recherches Géodésiques et Astronomiques.

## Distance Terre-planète.

Certaines planètes sont connues depuis la plus haute antiquité (Mercure, Vénus, Mars Jupiter et Saturne), mais la mesure de leur distance n'était pas accessible.

1. A partir de la troisième loi de Kepler (1571-1630) il est possible de déterminer le rapport des distances des planètes au Soleil.

$$a^3 / T^2 = \text{cte} = GM_s / 4\pi^2$$

Donc pour Vénus (V) et la Terre (T) on aura :

$$(a_T / a_V)^3 = (T_T / T_V)^2$$

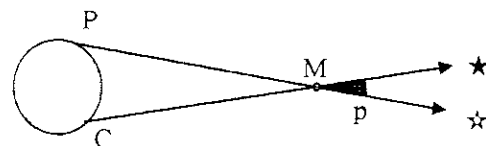
Les périodes de révolution de la Terre ( $T_T$ ) et de Vénus ( $T_V$ ) étant mesurables, il est possible de déterminer le rapport des distances au Soleil.

**Remarque :** si on mesure une des distances, on en déduit toutes les autres.

2. Autre méthode : comme dans le cas de la Lune, la méthode utilisée est celle de la parallaxe. La difficulté de cette méthode vient du fait que plus la distance de l'objet augmente, plus la parallaxe (angle p) diminue.

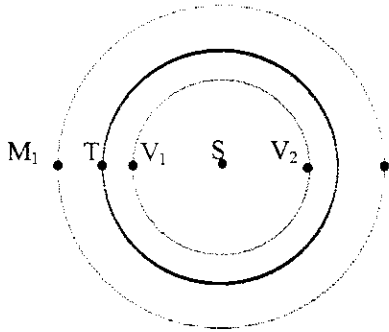
En 1672 Cassini<sup>1</sup> et Richer<sup>2</sup> ont mesuré la parallaxe de Mars.

Pour cela ils ont profité de conditions favorables : passage de Mars à l'opposition (Mars est alors au plus près de la Terre, cette distance est même minimale tous les 15-16 ans). Les observations effectuées de Paris (P) et de Cayenne (C) permettent de voir Mars (M) dans des positions différentes par rapport aux étoiles et de déterminer la parallaxe p de Mars, celle-ci étant de l'ordre de  $15''$ . La connaissance de la distance Paris-Cayenne permet d'en déduire la distance de la planète.



Dans ce cas la parallaxe  $p$  est déterminée à partir du champ d'étoiles. Cette mesure a été reprise en 1751 par La Caille.

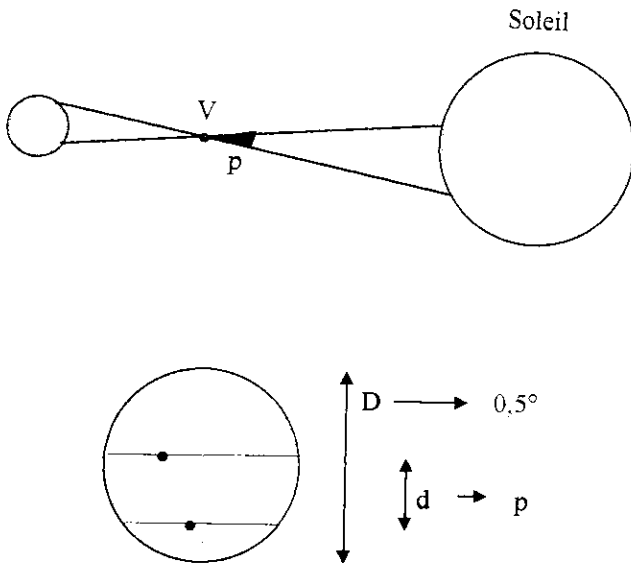
**Remarque :** conjonction, sous-entendu avec le Soleil, c'est à dire dans la direction du Soleil.



- En  $M_1$  : opposition de Mars.
- En  $M_2$  : conjonction de Mars.
- En  $V_1$  : conjonction inférieure de Vénus.
- En  $V_2$  : conjonction supérieure de Vénus.

3 - Une méthode analogue utilise un phénomène plus rare : le passage d'une planète intérieure (Mercure ou Vénus) devant le Soleil. Cette méthode a été utilisée en 1761 et 1769 lors des passages de Vénus devant le Soleil.

Dans ce cas la parallaxe  $p$  est déterminée à partir du champ du Soleil.



Or  $p$  est également l'angle sous lequel on voit la distance séparant les deux observateurs depuis la planète. Il est alors possible de déterminer la distance de la planète.

**Remarques :**

- au 18<sup>e</sup> siècle, les mesures de durées étaient plus précises que les mesures d'angles. On chronomètre les durées des transits, on en déduit la longueur des cordes, on les positionne sur le Soleil et on en déduit leur distance angulaire qui représente  $p$ .

- Vénus passera devant le Soleil le 8 juin 2004, le 6 juin 2012 et Mercure y est passé le 15 novembre 1999.

**Notes :**

- 1 - Jean-Dominique Cassini (1625-1712), premier directeur de l'observatoire de Paris, découvre deux satellites de Saturne : Japet et Rhéa.
- 2 - Jean Richer (1630-1696) découvre le mouvement propre d'Arcturus.

**Distance Terre-Soleil .**

Aristarque a déterminé la distance de la Terre au Soleil en utilisant les phases de la Lune. Il suppose que la Lune a un mouvement circulaire et uniforme et que le Soleil n'est pas à l'infini (contradiction avec la méthode utilisée pour déterminer le diamètre de la Lune).

Si le Soleil n'est pas à l'infini, les positions des Premier et Dernier Quartiers de Lune ne sont pas diamétralement opposées sur l'orbite de la Lune, donc l'angle Soleil-Terre-Lune ( $\beta$ ) est différent de  $90^\circ$ , et l'angle Soleil-Lune-Terre est égal à  $90^\circ$ .

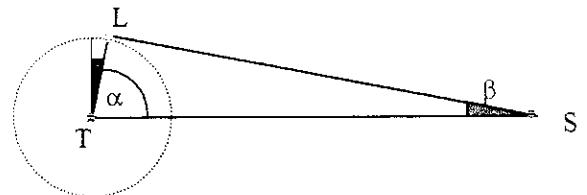
Il suffit donc de mesurer l'angle  $\beta$  pour déterminer la distance Terre-Soleil  $d_{TS}$ .

Aristarque mesure cet angle et trouve  $3^\circ$ .

Donc  $d_{TS} = 19 d_{TL}$

Cette valeur qui est sous-estimée d'un facteur 20 sera cependant admise pendant 15 siècles.

En fait  $\beta = 10'$ .



**Remarque :** Archimède<sup>1</sup> a mesuré le diamètre apparent du Soleil (30') et à partir de la mesure d'Aristarque, en déduisit le diamètre du Soleil : 5 à 6 fois celui de la Terre (au lieu de 109). Malgré cet écart important, la taille du Soleil devait laisser penser que l'astre le plus petit (la Terre) devait tourner autour du plus grand (le Soleil). Aristarque était de cet avis.

La mesure de la parallaxe d'une planète et la connaissance du rapport des distances au Soleil de cette planète et de la Terre permettent de calculer la distance Terre-Soleil.

Ainsi les résultats suivants ont été obtenus à partir des mesures de parallaxes :

- 1672 Cassini (opposition de Mars)  $138,4 \times 10^6$  km
- 1751 La Caille (opposition de Mars)  $129,2 \times 10^6$  km
- 1769 (passage de Vénus devant le Soleil)

$151,6 \times 10^6$  km.

Voici quelques valeurs adoptées au cours des siècles pour la distance Terre-Soleil en rayon terrestre  $R_T$ :

- Tycho Brahé<sup>2</sup> : 1146  $R_T$ .
- Kepler<sup>3</sup>: 3438  $R_T$ .
- Laplace<sup>4</sup> : 23 984  $R_T$ .
- actuellement : 23455  $R_T$ .

Comme nous l'avons vu, la mesure de cette distance Terre-Soleil appelée Unité Astronomique (UA) dépend de la précision de la mesure de la distance d'une planète. Il faut donc que celle-ci ne soit pas trop loin sinon sa parallaxe est trop faible.

Des progrès ont été effectués au 19<sup>e</sup> siècle avec la découverte des astéroïdes (Cérès 1801, Pallas 1802,...) dont cer-

tains s'approchent de la Terre comme Eros dont la distance moyenne au Soleil est de 1,5 UA, mais qui peut se trouver à quelques dizaines de millions de kilomètres de la Terre. En 1931, alors qu'il était à 25 millions de km (la moitié de la distance minimale de Mars), sa distance fut mesurée et on en déduisit avec une meilleure précision la valeur de l'unité astronomique : 149 600 000 km.

**Remarque :** bien que se rapprochant plus de la Terre que Mars (40 millions de km au lieu de 56 millions), Vénus n'est pas utilisée pour cette méthode de parallaxe car lors de sa conjonction inférieure, elle présente sa face sombre vers la Terre et elle se trouve dans la direction du Soleil.

L'utilisation d'échos radar sur Vénus et sur Mars permet de déterminer les distances dans le système solaire avec une précision de quelques kilomètres.

Remarque : la connaissance de la mesure de la distance Terre-Soleil a permis à Römer de montrer que la vitesse de propagation de la lumière était finie.

#### Notes :

1 - Archimède 287-212 av JC.

2 - Tycho Brahé, astronome danois 1546-1601, fut le premier à tenir compte de la réfraction atmosphérique. Ses observations de la planète Mars permettent à son élève Kepler d'énoncer les lois des mouvements des planètes.

3 - Johannès Kepler 1571-1630.

4 - Pierre Simon marquis de Laplace, astronome, mathématicien et astronome 1749-1827.

