

La Plaisanterie

Pierre Lerich

Résumé : A quoi sert la Lune ? Peut-on plaisanter avec les points de Lagrange ? Laplace et Lagrange se sont amusés à discuter du bon choix de l'emplacement de la Lune. Vous découvrirez cette discussion brillante dans l'article de Pierre Lerich.

Mots-clefs : HISTOIRE – LUNE - MECANIQUE

Dans un mémoire présenté en 1772 à l'Académie des sciences, Lagrange a montré que chaque planète, en tournant autour du soleil, détermine dans l'espace cinq points qui accompagnent sa rotation, et qui sont des points d'équilibre : Un petit corps placé en l'un de ces points et «lancé» avec la vitesse et la direction convenables, graviterait autour du soleil avec la même vitesse angulaire que sa planète.

Toute la figure tournerait donc d'un seul bloc, comme les avions de la Patrouille de France, à ceci près qu'ici ce ne sont que des points géométriques qui peuvent être occupés ou vides. On a pu constater par la suite que certains de ces points sont justement occupés, et que Lagrange avait trouvé par le calcul un phénomène astronomique vérifiable au télescope. Dans le cas du point L2, par exemple, on peut comprendre intuitivement que l'attraction du soleil sur le petit corps C est un peu augmentée par la planète P et qu'il doit exister une distance où l'accélération

centrifuge de C un peu augmentée elle aussi (pour une même vitesse angulaire autour de S) équilibrera exactement l'attraction totale du soleil et de la planète. Les "points de Lagrange" sont étudiés en détail dans tous les traités de Mécanique céleste.

ACTE I

Vingt plus tard

Ne perdant pas une occasion de plaisanter à propos des "causes finales", Laplace applique le calcul de son ami Lagrange au cas de la Lune. Si l'intention du "Grand Architecte" avait été d'éclairer les hommes la nuit (c'est-à-dire toutes les nuits et pas seulement certaines nuits), il lui aurait suffi de placer la Lune au point L2 défini par Lagrange. Laplace a exprimé cette proposition dans son monumental *Traité de Mécanique céleste*, et aussi dans *l'Exposition du système du monde* (1796) :

“ Quelques partisans des causes finales ont imaginé que la Lune avait été donnée à la Terre pour l'éclairer pendant les nuits. Dans ce cas, la nature n'aurait pas atteint le but qu'elle se serait proposé, puisque souvent, nous sommes privés à la fois de la lumière du Soleil et de celle de la Lune. Pour y parvenir, il eût suffi de mettre à l'origine la Lune en opposition avec le Soleil, dans le plan même de l'écliptique, à une distance de la terre égale à la centième partie de la distance de la Terre au Soleil ; et de donner à la Lune et à la Terre des vitesses parallèles proportionnelles à leur distance à cet astre. Alors la Lune sans cesse en opposition au Soleil eût décrit autour de lui une ellipse semblable à celle de la terre ; ces deux astres se seraient succédé l'un à l'autre sur l'horizon, et comme à cette distance la Lune n'eût point été éclipsée, sa lumière aurait constamment remplacé celle du soleil ”

On pourrait objecter que le rapport de 100, racine réelle d'une équation du 5e degré, place la Lune à environ 1.500.000 km de la terre, environ quatre fois plus loin que la Lune réelle. Elle éclairerait donc seize fois moins. Certes, elle serait toujours pleine, mais pas plus efficace qu'une Lune actuelle de 4 ou 5 jours, bien avant le premier quartier.

La plaisanterie de Laplace est donc un peu gratuite et doit plutôt s'interpréter comme un coup de griffe en passant, dans la tradition de Voltaire, de d'Alembert et de l'Encyclopédie. Depuis plus d'un demi-siècle, les “ causes finales ” étaient un objet de dérision, immortalisé par Voltaire dans *Candide* :

“ ...Les nez ont été faits pour porter des lunettes ; aussi avons nous des lunettes. Les jambes sont visiblement instituées pour être chaussées, et nous avons des chausses. [...] et les cochons étant faits pour être mangés, nous mangeons du porc toute l'année ”

On pourrait écrire dans le même style : la Lune étant faite pour nous éclairer, nous avons de beaux clairs de lune. Seulement voilà, il y a aussi les nuits sans Lune, et Laplace avait bien raison de le faire remarquer.

ACTE II

(Cinquante ans plus tard)

Le “Journal de Liouville” était, au milieu du XIX^e siècle, un haut lieu de la science, présentant pour un public restreint, des recherches avancées sur des sujets de mathématiques et de physique. Liouville lui-même, qui en était le fondateur, y présenta en 1845 un article qui apportait un nouvel éclairage sur la plaisanterie de Laplace. Celui-ci en effet ne s'était pas posé la question de la stabilité d'un petit corps comme la Lune, placé au point L2.

Il n'ignorait pourtant rien des problèmes de stabilité : dans l'*Exposition du système du monde*, il définit très simplement les deux sortes d'équilibre, le stable et l'instable. D'autre part il a beaucoup approfondi la question très difficile (encore discutée aujourd'hui) de la stabilité du système solaire. Dans le cas de la Lune, il n'a pas jugé utile d'étudier cet aspect de la question : ce n'était jamais qu'une plaisanterie. Reprenant la question là où Laplace s'était arrêté, Liouville pose le problème en ces termes :

“ Trois masses étant placées non plus rigoureusement, mais à très peu près dans les conditions énoncées par Laplace, ou demande si l'action réciproque de ces masses maintiendra le système dans cet état particulier de mouvement ou si elle tendra au contraire à l' en écarter de plus en plus ”.

Sa conclusion est que “si la Lune avait occupé à l'origine la position que Laplace indique, elle n'aurait pu s'y maintenir qu'un temps très court”.

Donc le “Grand Architecte” n'aurait pas pu éclairer la Terre toutes les nuits, à moins de changer les lois de la physique dans ce cas particulier, ou bien d'intervenir de temps en temps pour corriger la dérive du système : deux “solutions” totalement inacceptables pour Laplace, qui n'a jamais pardonné à Newton d'avoir suggéré un “coup de pouce” de Dieu de temps en temps pour remettre de l'ordre dans le système solaire dérangé par les perturbations mutuelles des planètes.

Parmi les cinq points de Lagrange, il n'y a que deux points d'équilibre stable : L4 et L5. C'est là qu'on trouve parfois des astéroïdes piégés. La Lune placée en l'un de ces points y resterait éternellement, mais elle serait alors 400 fois plus loin que la Lune actuelle : C'est dire qu'elle n'éclairerait plus rien du tout sur la Terre. On pourrait peut-être la voir avec de bonnes jumelles.

Dans son *Traité de Mécanique céleste* (1889), Tisserand consacre une page à cet épisode (plaisanterie de Laplace et objection de Liouville) à la fin du chapitre sur les points de Lagrange. A l'approche du XX^e siècle les « causes finales » étaient une vieille idée totalement oubliée, mais Tisserand a dû penser que l'épisode méritait d'entrer dans le folklore de l'astronomie au même titre que « et pourtant elle tourne » ou la pomme de Newton.

ACTE III

(Cent cinquante ans plus tard)

La question de savoir si la Lune aurait pu être mieux placée revient dans l'actualité vers les années 1990 avec les travaux de Jacques Laskar sur la stabilité à très long terme du système solaire. Une planète comme Mars, dépourvue d'un gros satellite, peut voir son axe de rotation basculer d'une manière imprévisible (chaotique), des régions froides devenant chaudes et vice-versa. Une forme de vie qui aurait commencé sur cette planète risquerait fort de disparaître dans un bouleversement climatique aussi radical. C'est là qu'on retrouve le "Grand Architecte", (ou la Providence, ou l'Être Suprême, comme on disait du temps de Laplace), car si la Lune est mal placée pour nous éclairer, elle est au contraire très bien placée pour nous stabiliser. Il ne s'agit plus ici, comme dans le cas du clair de Lune, d'une simple commodité, mais d'une condition vitale de notre existence, au même titre que la distance et l'énergie du Soleil, source de toute vie. Alors que Laplace imaginait la Lune quatre fois plus loin, J. Laskar calcule qu'en s'éloignant seulement de 13%

(sa distance passant de 60 à 68 rayons terrestres) la Lune cesserait de stabiliser l'axe de rotation terrestre, qui serait alors sujet à des cabrioles chaotiques. Cela se produira certainement à très long terme, puisque la Lune s'éloigne de la Terre lentement mais sûrement. Il est vrai qu'à une telle échelle de temps, celle des milliards d'années, l'éloignement de la Lune ne sera qu'un détail insignifiant par rapport à la fin inéluctable de tout le système solaire. En attendant, et pour très longtemps encore, la Lune continuera de garantir notre stabilité.

La plaisanterie de Laplace était donc de bonne guerre, mais il faudrait bien se garder de la prendre au sérieux : la Lune est certainement plus utile là où elle est que n'importe où ailleurs.

Bibliographie

- P.S LAPLACE : "Exposition du système du monde - Librairie Arthème FAYARD (1984)
- IVARS PETERSON : "Le Chaos dans le système solaire" - Collection "Sciences d'avenir", Pour la science, diffusion BELIN (1995)