

# Mesurer la puissance du Soleil

Agnès Acker  
Observatoire de Strasbourg

**Résumé :** Pour connaître les propriétés du Soleil, étoile qui nous éclaire et nous chauffe, les scientifiques utilisent des observations, des théories et des modèles. Ci-dessous, une démarche similaire, fort simplifiée, vous est proposée. Bien entendu, avec ces données rudimentaires, on ne trouvera pas les valeurs exactes, mais l'ordre de grandeur est tout à fait correct – attention aux unités !!! L'exercice sera encore mieux traité si des évaluations d'incertitudes sont faites à chaque étape.

**Mots-clefs :** TERRE – SOLEIL -

## Nos objectifs

Calculer :

- 1) la distance Terre Soleil,
- 2) la puissance du Soleil,
- 3) la masse du Soleil,
- 4) sa durée de vie d'étoile en équilibre, conditionnant la vie sur Terre.

## Nos données

- a) l'écart de 35 min entre l'intervalle de temps séparant le premier quartier de la pleine Lune, et celui séparant la nouvelle lune du premier quartier, sachant que la durée de la lunaison est égale à 29 jours 12,73 heures (Fig.1 haut) ;
- b) le tracé d'un signal radar aller-retour de la Terre à la Lune (Fig.2) ;
- c) la mesure du demi diamètre angulaire moyen du Soleil ~ 16' ;
- d) les observations de l'élévation de température d'un cylindre chauffé par le Soleil (fig. 3) ;
- e) la « perte de masse »  $\Delta m = 7 \text{ g}$  lors de la transmutation nucléaire de 1 kg d'H en He.

## Nos outils

- 1) Les lois du corps noir, en particulier la Loi de Stefan:  $E_{R=1} = \sigma T^4$  qui exprime la valeur de l'énergie rayonnée pendant une seconde par une étoile (assimilée à un corps noir) de rayon  $R=1$ , et de température de surface  $T$  en degré Kelvin (K), avec  $\sigma = 5,67 \times 10^{-8} \text{ W/K}^4$  ; la loi de Wien permet de relier température  $T$  et couleur, permettant de déduire  $T$  à partir du spectre (pour le Soleil jaune,  $T \sim 5800 \text{ K}$ ).
- 2) L'expression de l'équilibre entre la force de gravitation et la force centrifuge, maintenant la Terre sur une orbite pratiquement circulaire autour du Soleil (avec  $G = 6,672 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{sec}^2$ ).

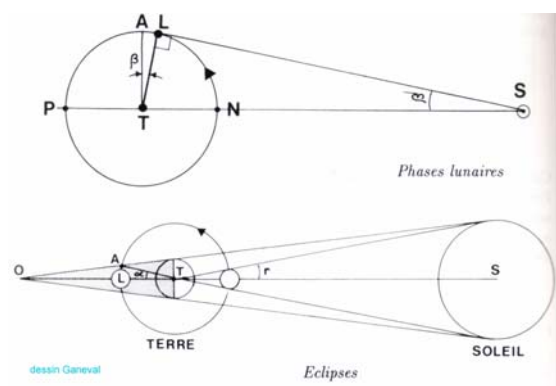


Figure 1

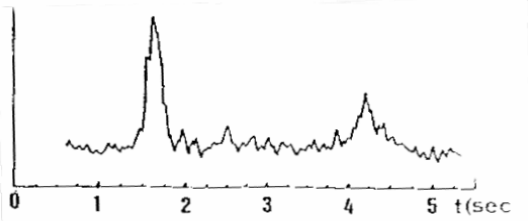


Figure 2

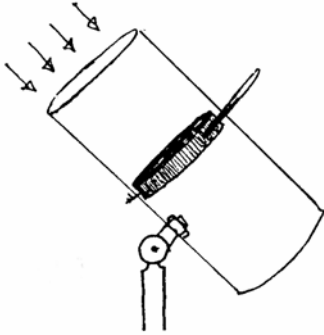


Figure 3

### 1<sup>ère</sup> étape : la distance Terre-Soleil

- On détermine le rapport des distances Terre-Soleil et Terre-Lune TS/TL à partir des données (a) et de la Figure 1 (haut). Les points N, L, P marquent respectivement la nouvelle lune, le 1<sup>er</sup> quartier, la pleine lune, alors que A marque la position qu'aurait le 1<sup>er</sup> quartier si le Soleil était situé très loin (direction (AS) serait alors parallèle à (TS)). La figure montre que, dans le triangle rectangle TLS, on a :  $\sin \beta = TL / TS$ . Il s'agit donc d'exprimer  $\beta$  en degrés.

La durée d'une lunaison correspond à  $360^\circ$  dans ce référentiel, soit en minutes de temps :

$29 \times 24 \times 60 + 12,73 \times 60 = 42\,523,8$  min (ce qui correspond à  $360^\circ$ ), donc 1 min correspond à  $360 / 42523,8$ .

La différence des durées qui séparent L de P et P de N s'écrit :

$(90^\circ - \beta) - (90^\circ + \beta) = 2\beta$  écart correspondant à 35 min. Donc  $\beta = (360 / 42523,8) \times (35 / 2) = 0,148^\circ$  et  $\sin \beta = 0,00258 = 1 / 287$ .

### La distance Terre-Soleil est 387 fois plus grande que la distance Terre-Lune

Remarque : Comme le rappelle la figure 1 bas, l'existence d'éclipses totales de Soleil signifie que les diamètres angulaires du Soleil et de la Lune sont égaux. Donc la dimension (km) du Soleil est

387 fois plus grande que celle de la Lune. Aristarque avait évalué à 12 h l'angle  $2\beta$  et donc obtenu un facteur 20, trop faible. Mais tout de même c'était la première **estimation de l'importante différence de taille entre le Soleil (une étoile) et la Lune (une « planète »)**.

#### Les mesures (Fig.3):

Le cylindre a une surface  $S$  de  $0,0036 \text{ m}^2$ , une masse  $m$  de  $960 \text{ g}$  avec une chaleur spécifique  $C$  de  $400 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{degrC})$ .

En une durée  $D = 15$  minutes d'exposition au Soleil, la température s'est élevée de  $\Delta T = 6^\circ\text{C}$  ce qui correspondrait à  $11,5^\circ\text{C}$  dans l'espace.

La puissance reçue par unité de surface  $P$  ( $\text{W}/\text{m}^2$ ) s'écrit :

$$P = m \times C \times \Delta T / (S \times D(\text{sec}))$$

- On calcule la distance Terre-Lune en mesurant la durée séparant le départ du signal (1<sup>er</sup> pic enregistré) de son retour sur Terre (2<sup>ème</sup> pic), après réflexion sur la Lune (Figure 2). Cette durée est estimée à environ

$$\Delta t = 2,6 \text{ secondes } (4,2 - 1,6).$$

La distance parcourue par le signal est le double de la distance TL de la Terre à la Lune. Donc on aura :

$$TL = (c \times \Delta t) / 2 = 3 \cdot 10^8 \times 2,6 / 2 \sim 3,9 \cdot 10^8 \text{ m, soit environ } 390\,000 \text{ km.}$$

- On déduit la distance Terre-Soleil = **387 x TL ~ 150. 10<sup>6</sup> km soit environ 150 millions km.**

### 2<sup>ème</sup> étape : la puissance du Soleil

Nous utilisons deux méthodes différentes, l'une basée sur des mesures faites sur Terre, l'autre basée sur les relations théoriques entre les paramètres physiques du Soleil.

1<sup>ère</sup> évaluation - Une expérience a été faite par des enseignants du CLEA, en construisant et utilisant le cylindre montré sur la Figure 3 (voir fiche Belin). Les mesures permettent d'évaluer l'énergie  $P$  reçue au lieu de l'expérience par seconde et par mètre carré :

$$P = m \times C \times \Delta T / (S \times D(\text{sec}))$$

$$P = 0,960 \times 400 \times 6 / (0,0036 \times 15 \times 60)$$

$$P = 711 \text{ W}/\text{m}^2$$

Une série de mesures successives (toujours avec une durée de 15 minutes) sont faites avec le cylindre dirigé dans la direction du Soleil au cours de son mouvement diurne ; on obtient des élévations de température  $\Delta T$  décroissant quand la hauteur  $h$  du Soleil diminue, ce qui permet de tracer une courbe  $\Delta T$  en fonction de  $1/\sin h$ , et d'y trouver la valeur qui correspondrait à  $1/\sin h = 0$  soit en l'absence d'atmosphère : on obtient alors  $\Delta T = 11,5 \text{ }^\circ\text{C}$ .

On en déduit la valeur de la « constante solaire »  $C$  (énergie solaire reçue par seconde et par  $\text{m}^2$  sur le sol terrestre, perpendiculairement au rayonnement solaire et hors atmosphère) :

$$C = P \times 11,5 / 6 = 1363 \text{ W / m}^2.$$

Connaissant la distance Terre-Soleil et  $C$ , on peut calculer l'énergie rayonnée par le Soleil dans tout l'espace (sur une sphère de rayon  $TS$ ) : c'est la puissance solaire (appelée aussi Luminosité solaire  $L$ ) :

$$L = C \times (4\pi \times TS^2) = 1363 \times 4\pi \times (150. 10^9)^2$$

$$L \sim 3,8. 10^{26} \text{ W}$$

**2<sup>ème</sup> évaluation** - La puissance solaire peut aussi se calculer à partir de la loi de Stefan, connaissant la température de surface du Soleil  $T$  (voir 1) et sa surface à partir du rayon  $R$  linéaire.

On détermine  $R(\text{km})$  connaissant le rayon angulaire ( $16' = 0^\circ,267$ ) et la distance  $TS$  :

$$R(\text{km}) = 150. 10^6 \times \text{tg}(0^\circ,267) \sim 700\,000 \text{ km}$$

La puissance du Soleil est égale à l'énergie rayonnée pendant une seconde par une sphère de rayon  $R$ , soit :

$$4\pi R^2 E_{R=1} = 4\pi(7.10^8)^2 \sigma (5800)^4 \sim 3,9. 10^{26} \text{ W}$$

Compte tenu des incertitudes, on peut dire que les deux méthodes convergent très bien.

Remarque : Cette approche permet de **déterminer l'« écosphère » d'une étoile de température  $T^*$  et de rayon  $R^*$** , autrement dit la distance  $PE$  d'une planète  $P$  à son étoile  $E$ , telle que l'énergie arrivant sur la planète  $P$  soit équivalente à la constante solaire  $C$  (permettant de supposer que  $P$  pourrait être « habitable »).

- On peut en effet écrire :  $C \times (4\pi \times PE^2) =$

$$\sigma T^{*4} \times (4\pi \times R^{*2}), \text{ donc } PE^2 = \sigma T^{*4} \times R^{*2} / C$$

- Par ailleurs, on peut calculer  $C$  en fonction des paramètres solaires :  $C \times (4\pi \times TS^2) =$

$$\sigma T^4 \times (4\pi \times R^2), \text{ donc } C = \sigma T^4 \times (R/TS)^2$$

$$\rightarrow PE^2 = \sigma T^{*4} \times R^{*2} / [\sigma T^4 \times (R/TS)^2] \rightarrow$$

$$(PE/TS)^2 = (R^*/R)^2 \times (T^*/T)^4$$

$$\text{soit } (PE/TS) = (R^*/R) \times (T^*/T)^2$$

donc une étoile de même rayon que le Soleil mais 3 fois plus chaude ( $T^* \sim 17\,000\text{K}$ ) pourra avoir une planète « habitable » située 9 fois plus loin que la distance Terre-Soleil (et 4 fois plus près si  $T^* \sim 3000\text{K}$ ).

### 3<sup>ème</sup> étape : la masse du Soleil

- La masse  $M$  du Soleil peut être évaluée connaissant la distance Terre-Soleil  $D$  et la vitesse  $V$  de la Terre sur son orbite.

En effet, en chaque point de l'orbite, la distance  $TS$  est définie par l'équilibre entre deux forces, la force d'attraction  $F_g$  due à la gravitation, et la force « de répulsion »  $F_c$  centrifuge.

Si  $m_t$  est la masse de la terre, et  $G$  la constante de gravitation, on écrira :

$$F_g = G M m_t / D^2 = F_c = m_t V^2 / D$$

$$\rightarrow M = V^2 \times D / G$$

La vitesse  $V$  est aisément calculable si l'orbite est un cercle de rayon  $D$  décrit en un an.

$$\text{On aura : } V = 2\pi D / (365 \times 24 \times 3600)$$

$$\sim 30\,000 \text{ mètres / seconde}$$

$$\text{donc } M = (3. 10^4)^2 \times 150.10^9 / 6,672.10^{-11}$$

$$M = 2.10^{30} \text{ kg}$$

Le Soleil est environ 333 000 fois plus massif que la Terre. L'hypothèse « orbite quasi-circulaire » est pertinente vu que l'excentricité de l'orbite terrestre vaut moins que 2 % de la distance Terre-Soleil.

### 4<sup>ème</sup> étape : La durée de vie du Soleil en équilibre

- La durée de vie dépend du « stock de combustible ». On sait que la transmutation des noyaux d'hydrogène (protons) en noyaux d'hélium produit une énergie  $\Delta E = \Delta m \times c^2$ , avec  $\Delta m = 7 \text{ g}$  lors de la transmutation nucléaire de 1 kg d'H en He. Donc  $\Delta E = 7.10^{-3} \times (3.10^8)^2 = 6,3. 10^{14} \text{ J}$  est l'énergie fournie par la transmutation de 1 kg d'hydrogène.

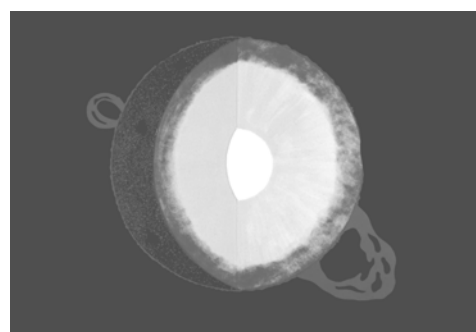
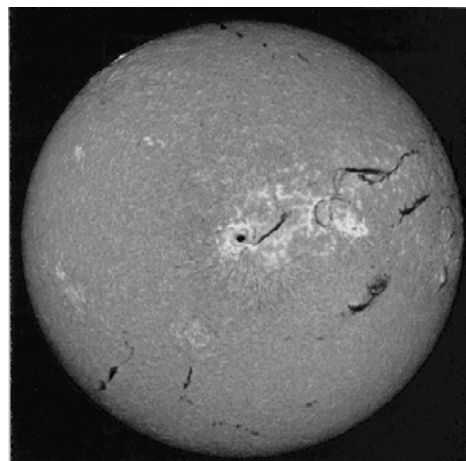
- L'énergie totale disponible pendant toute la vie en équilibre du Soleil correspond à la transmutation de tout l'hydrogène du « cœur » chaud (13 millions K) du Soleil, de masse estimée

égale au dixième de la masse du Soleil. Comme on connaît l'énergie fournie par 1 kg d'hydrogène, on aura :  $E_{\text{tot}} = 2. 10^{29} \times 6,3. 10^{14} \text{ J} = 12,6 \times 10^{43} \text{ J}$  : **c'est l'énergie totale disponible pendant toute la vie en équilibre du Soleil.**

- Connaissant la puissance du Soleil (énergie par seconde), on calcule l'énergie rayonnée pendant un an :  $E_{\text{an}} = 3,8 \times 10^{26} \times (3600 \times 24 \times 365) = 12 \times 10^{33} \text{ J / an}$

**La durée de vie du Soleil est égale à  $E_{\text{tot}} / E_{\text{an}} \sim 10^{10}$  ans soit environ 10 milliards d'années.**

Les scénarios de formation du système solaire ainsi que les datations des roches lunaires et des météorites-chondrites montrent que les planètes se sont formées pratiquement en même temps que le Soleil. L'âge de la Terre est connu (méthodes comparant les abondances des éléments radioactifs et radio-générés); il est évalué à 4,6 milliards d'années. Le Soleil s'est donc formé il y a environ 5 milliards d'années, et il lui reste environ 5 milliards d'années de vie en équilibre (entre l'énergie thermo-nucléaire produite en son cœur, et l'énergie rayonnée).



■

## Au fil des perles des Enseignants et des Astronomes

Voici quelques perles d'élèves et d'astronomes:

Strictement relevé dans une copie de mathématique:

*"Des droites tristement parallèles"*

Et, respectivement, cette autre perle du même genre:

*"Les points A et B se projettent respectueusement en A' et B' sur la droite (d)."*

Enfin une réflexion de D. Barbier, un célèbre astronome, aujourd'hui disparu. A cette époque, la photographie était utilisée pour obtenir des images (photométrie) ou des spectres (spectroscopie).

Toutes les coupoles avaient un laboratoire photographique où l'astronome développait les plaques de la nuit. Un noir complet devait régner dans ce laboratoire au moment du développement. Or, le laboratoire attenant au télescope de 80cm (comprenez le télescope dont le miroir avait un diamètre de 80cm) de l'Observatoire de Haute Provence avait la réputation de ne pas procurer une très bonne obscurité.

D. Barbier eut un jour cette remarque:

*"J'aime bien développer au 80, car au moins on voit ce qu'on fait!"*