

AVEC NOS ELEVES

Référentiels et mouvements de satellites I - Introduction à l'aide d'une maquette 3D

Pierre Le Fur

Résumé : *L'étude des mouvements de points matériels occupe les programmes du secondaire au supérieur sous les aspects cinématiques et dynamiques. La notion première reste la relativité du mouvement par rapport à l'objet référentiel. Une fois admis le mouvement d'un satellite par rapport au référentiel géocentrique, cet article se propose d'illustrer le passage au référentiel terrestre et d'analyser la diversité des traces sur le sol terrestre de la projection de ce mouvement. On abordera à cette occasion quelques applications pratiques de ces trajectoires.*

Traces de passage par rapport aux étoiles

a) Sur la sphère céleste

Commençons par réaliser une représentation tridimensionnelle d'une trajectoire orbitale circulaire, définie dans le référentiel géocentrique. Pour cela, un tube carton, du papier blanc, une sphère en plastique (« boule » de jeu de quilles à 3 « sous »), un pic à brochette ou quelques attaches trombones suffisent (figure 1).

La Terre est tout d'abord *supposée immobile par rapport aux étoiles* (pas de rotation propre). Elle est donc statique par rapport à la *sphère céleste*, sphère imaginaire sur laquelle seraient fixées les étoiles. Le plan de l'orbite-trajectoire, matérialisé par un trait noir sur le bord supérieur du cylindre cartonné lié aux étoiles, coupe celui de l'équateur céleste-terrestre suivant la ligne des nœuds. L'angle entre ces deux plans est *l'inclinaison i* de l'orbite. Ce montage permet de faire varier i de 0° (plans d'équateur et d'orbite confondus) à 90° (plans d'équateur et d'orbite perpendiculaires). On retrouve ainsi les orientations respectives des orbites équatoriales ($i=0^\circ$) de satellites géostationnaires et des orbites polaires ($i=90^\circ$) de satellites d'observation.

On remarque que pour l'un des nœuds, le passage d'un hémisphère céleste (terrestre) à l'autre se fait du sud vers le nord. On parle alors du nœud

« ascendant » de l'orbite, visible sur la figure 1. On fait retrouver la relation entre l'inclinaison i et le sens de circulation du satellite sur l'équateur:

Si $90^\circ > i \geq 0^\circ$ alors il circule de « l'ouest vers l'est », sens de rotation de la Terre (tir économique).

Si $i > 90^\circ$ il peut se déplacer de l'est vers l'ouest, cas de quelques satellites d'observation héliosynchrone comme la série Spot ($i=98.7^\circ$).

Enfin il est évident que la projection de la trajectoire circulaire sur la sphère céleste (-terrestre) est un grand cercle, intersection de la sphère et d'un plan passant par le centre de celle-ci. En déplaçant un stylo solidaire du bord du carton trajectoire, on matérialise la projection sur la sphère céleste (terrestre). (Fig. 1)

Le bord supérieur du cylindre de carton (liseré noir) représente la trajectoire supposée circulaire et fixe par rapport aux étoiles. La sphère de plastique se maintient sur ce tube à l'aide d'un pic à brochette ou de deux trombones partiellement dépliés qui la percent diamétralement suivant un axe passant par l'équateur, appelé ligne des nœuds. On **choisit** un sens de circulation sur la trajectoire (flèche) tel que le vecteur normal orienté est sortant du côté hémisphère nord dont le pôle se trouve ici dans le prolongement du A « d'Amérique ». Le mot « Equateur » est écrit de l'ouest vers l'est... Ici l'inclinaison i , angle entre les plans de l'équateur et de la trajectoire, vaut près de 45° .

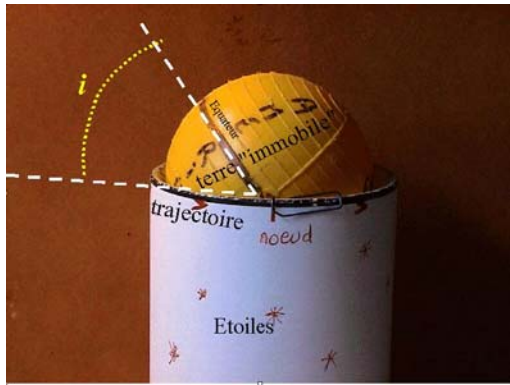
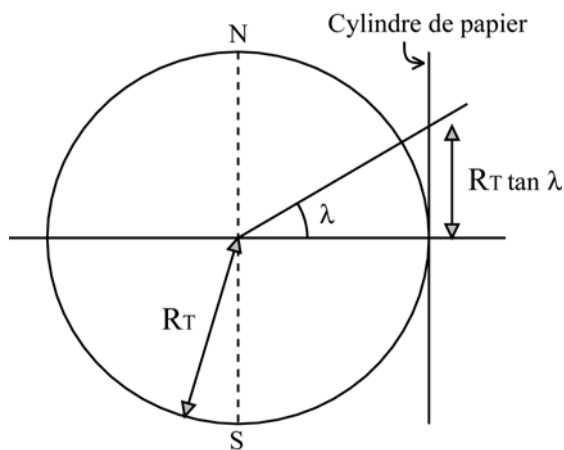


Fig. 1 : Tracé de passage sur la sphère céleste.

b) En projection de « Mercator »

Passons maintenant à une carte céleste-terrestre plane en utilisant une projection « aphyllactique centrale » (ou gnomonique) [1, 16], matérialisée par un cylindre de papier, enroulé sur l'équateur (schéma ci-dessous). Dans un tel type de projection à partir du centre de la sphère sur le cylindre, la latitude λ est représentée par $R_T \tan \lambda$ dans la direction orthogonale à l'équateur, où R_T est le rayon terrestre. Alors le plan orbital coupe le cylindre suivant une courbe elliptique fermée, représentant la trajectoire sur la carte.



On a représenté l'axe des pôles en pointillé, identique pour le cylindre et pour la sphère (Fig.2 en haut). La trajectoire sur le cylindre est donc matérialisée par l'intersection du plan de la table et du cylindre. Le cliché du bas présente la carte plane obtenue. Notons qu'il n'est pas nécessaire de tracer les continents sur le papier. (Sur la carte présentée, ils ne correspondent d'ailleurs pas exactement à une projection centrale, mais à une projection de Mercator non conforme.)

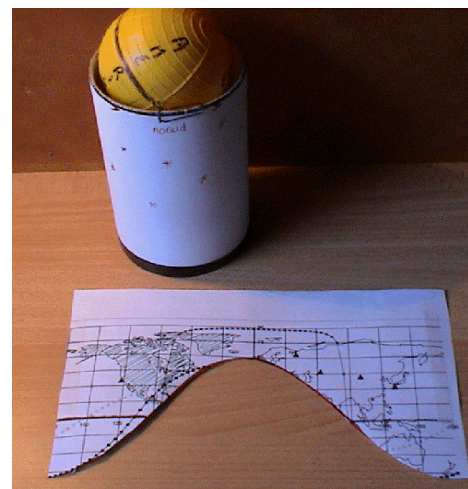
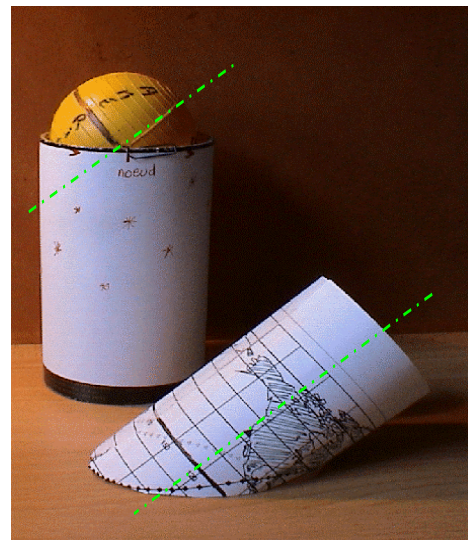


Fig.2 : La sphère terrestre-céleste accompagnée du cylindre de projection découpé suivant le plan orbital.

Déroulons la carte ainsi obtenue (photo du bas de la figure 2): pour une projection gnomonique, on obtient une sinusoïde vraie (voir démonstration plus loin II 1- b), de période angulaire $A_0 = 360^\circ$ en longitude. On remarquera que toute orbite plane (circulaire ou elliptique) donne une projection de ce type. Mais nous avons considéré une Terre immobile par rapport aux étoiles.

Traces de passage par rapport au sol terrestre

a) Orbite circulaire

Maintenant, nous allons prendre en compte la rotation de la Terre sur elle-même en $T_0 = 86164$ s. Le référentiel terrestre n'est plus confondu avec le référentiel céleste géocentrique. En prenant comme exemple une orbite circulaire d'inclinaison moyenne ($i \approx 50^\circ$) représentant une station spatiale

(ex : International Space Station $i = 51.6^\circ$), cherchons à matérialiser la trace de la trajectoire du satellite sur la Terre.

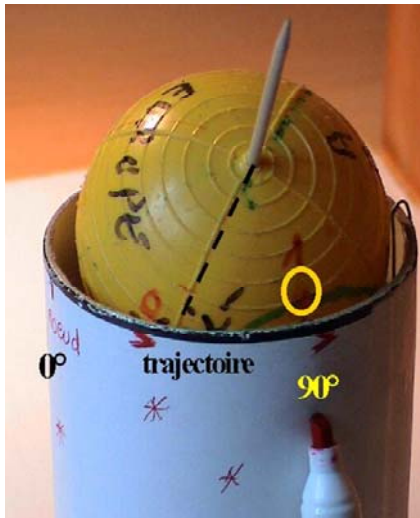


Fig. 3: Pointage de la position du satellite sur le sol terrestre :

Afin de permettre la matérialisation de la rotation propre de la Terre, fixons son axe polaire (pic à brochette) par rapport aux étoiles à l'aide d'un trou dans le cylindre support cartonné et d'un autre dans un carton plan solidaire du cylindre (figure 3). Libérons la sphère terrestre au niveau des nœuds afin de la laisser tourner librement. Laissons tourner la Terre sur elle-même pendant une période satellitaire T . A l'aide d'un stylo marqueur repérons le satellite au cours du temps.

Sur la figure 3 du bas, à $t = 0$: position 0 repérée par un cercle ; en haut, à $t = T/4$: position n°1. On a choisi une période satellitaire T égale à la moitié de celle de la Terre : $T=T_0/2$. La Terre a donc tourné d'un huitième de tour entre les deux images

espacées de $T/4$, correspondant à un déplacement angulaire de 90° pour le satellite. A $t=0$, le satellite étant au nœud ascendant, on repère sa position sur le sol terrestre par le point 0. A $t= T/4$, il a atteint le point 1, correspondant à la latitude maximale ($\lambda=i$).



Fig. 4: Trace de l'orbite sur la Terre obtenue par les pointages successifs (0, 1, 2,...) correspondant respectivement aux instants 0, $T/4$, $T/2$... On observe l'aspect « sinusoïdal » et la réduction de la période angulaire à $A = 180^\circ$ environ. Il y a en effet un quart de période T (passage de 0 à 2) pour 90° de longitude terrestre.

D'une manière générale la période angulaire A de la trace terrestre de l'orbite vaut (en degrés) :

$$A = 360 (1-T/T_0) \quad (R_1)$$

Pour un hypothétique satellite très rapide où T est négligeable devant la période terrestre T_0 , on reviendrait au cas d'une terre immobile soit $A = 360^\circ$; Pour un géostationnaire, la période A serait nulle. Tout cela est démontré par l'usage de la maquette en variant le rapport T/T_0 . (En restant dans des valeurs simples de rapport 1/4 à 1).

Le nœud ascendant a donc dérivé vers l'OUEST en longitude. Sa longitude terrestre Φ_n croît à chaque période T de (en degré) :

$$d = 360 T/T_0 \quad (R_2)$$

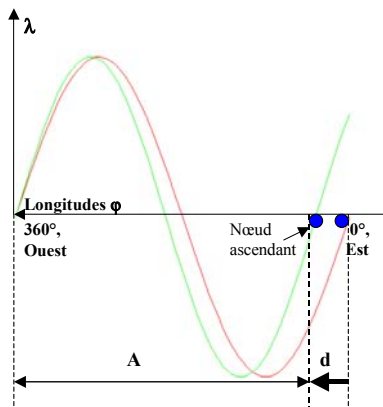
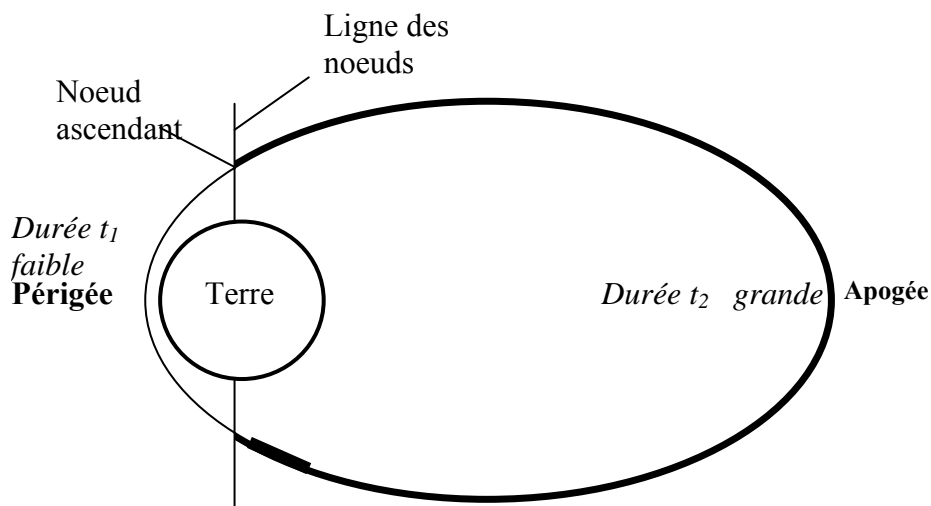
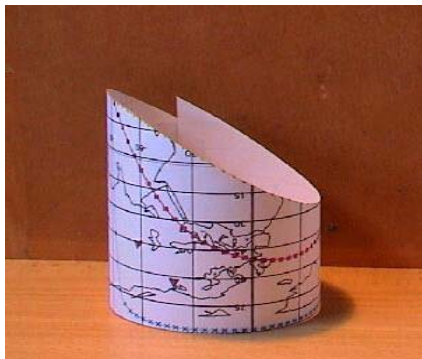


Fig. 5: Traces de l'orbite sur la Terre en projection de « Mercator »; latitude λ en fonction de la longitude φ . L'orbite initiale de période 360° est réduite à la période A . La trace n'est plus une courbe fermée.

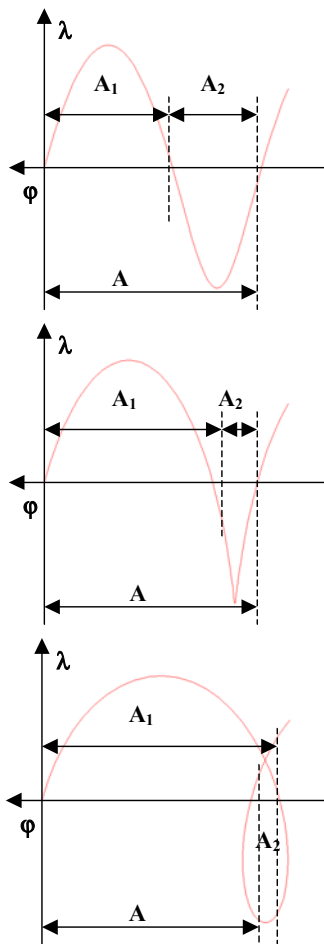
Avec la maquette on peut également mettre en évidence l'influence de l'inclinaison i sur l'allure de la trace, en aménageant plusieurs trous dans le cylindre carton.



b) Orbite elliptique

La loi des aires impose cette fois de faire varier sensiblement la vitesse angulaire du satellite sur son orbite, dont la trace sur la sphère céleste est toujours un grand cercle. La maquette permet d'entrevoir le résultat. Par exemple, on déplace rapidement le stylo satellite du nœud ascendant au suivant (satellite proche du périégée au-dessus de l'équateur) et lentement pour le retour au nœud ascendant (satellite dans la région de l'apogée au-dessous de l'équateur). Pour 180° décrits par le satellite, par rapport aux étoiles, la Terre aura peu tourné dans la première partie ($\Omega_T t_1$) et nettement plus dans la seconde ($\Omega_T t_2$). Evidemment $t_1 + t_2 = T$, période du satellite.

Dans le référentiel terrestre, la longueur longitudinale (en $^\circ$) de la portion de trajectoire au-dessus de l'équateur terrestre, juste après le nœud ascendant, sera donc différente de la portion à latitude négative. La partie de faible durée t_1 est équivalente à celle d'un satellite rapide d'orbite circulaire soit à une demi-période temporelle courte; donc à une demi-période angulaire A_1 longue comme l'indique la formule (R_1). Au contraire la deuxième partie est équivalente à un mouvement de longue demi-période donc à une portion de longitude A_2 faible.



Les courbes de la figure 6 illustrent cela. La courbe centrale présente un défilement longitudinal nul dans la partie A_2 , sous la forme d'un point anguleux. A cet endroit la vitesse angulaire du satellite $\Omega_{S/E}$ par rapport aux étoiles vaut celle de la Terre par rapport aux étoiles, $\Omega_{T/E}$. La vitesse longitudinale relative s'annule. La courbe du bas présente une boucle car $\Omega_{S/E} < \Omega_{T/E}$ dans cette partie. La vitesse angulaire du satellite par rapport à la Terre peut donc s'annuler et même changer de signe lorsque le satellite est proche de l'apogée, loin du sol, et créer ainsi des boucles (voir la figure 7).

Fig. 6 : Allures de trace terrestres d'orbites elliptiques en fonction de l'excentricité croissante de haut en bas.

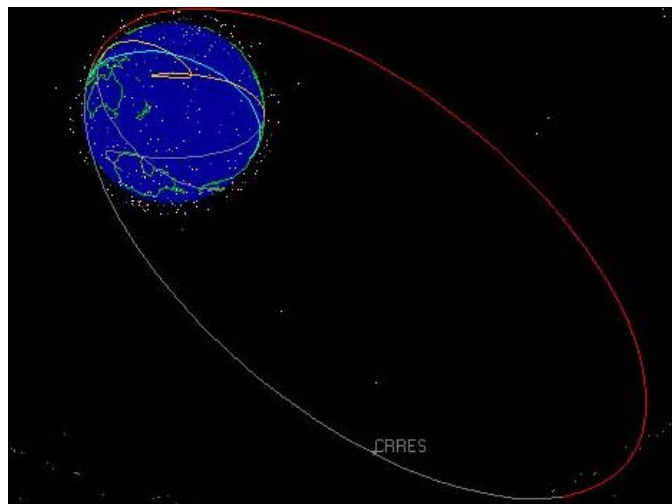


Fig. 7 : Orbite et trace terrestre de CRRES, d'après le logiciel de la NASA "JTRACK3D", accessible sur le site : <http://science.nasa.gov/realtime/jtrack/3d/JTRACK3D.html>. Une boucle de rétrogradation est bien visible.