

# AVEC NOS ELEVES

## Référentiels et mouvement de satellites

### III - Application avec un tableur

Pierre LeFur

Membre du Comité de Liaison Enseignants et Astronomes

Professeur en MPSI à

L'Institut Supérieur d'Electronique et du Numérique de Toulon

place G. Pompidou 83000 Toulon

pierre.le-fur@isen.fr

Pierre.Le-Fur@wanadoo.fr

**Résumé :** Le problème des mouvements des satellites artificiels dans les référentiels géocentriques ou terrestres est abordé de manière progressive en utilisant des outils pédagogiques de complexité croissante : tout d'abord avec un bricolage sphère/carton, puis en utilisant un tableur illustrant une modélisation Képlérienne simplifiée, afin d'exploiter pleinement divers logiciels de simulation « clés en main ».

#### Passages successifs de "ISS"

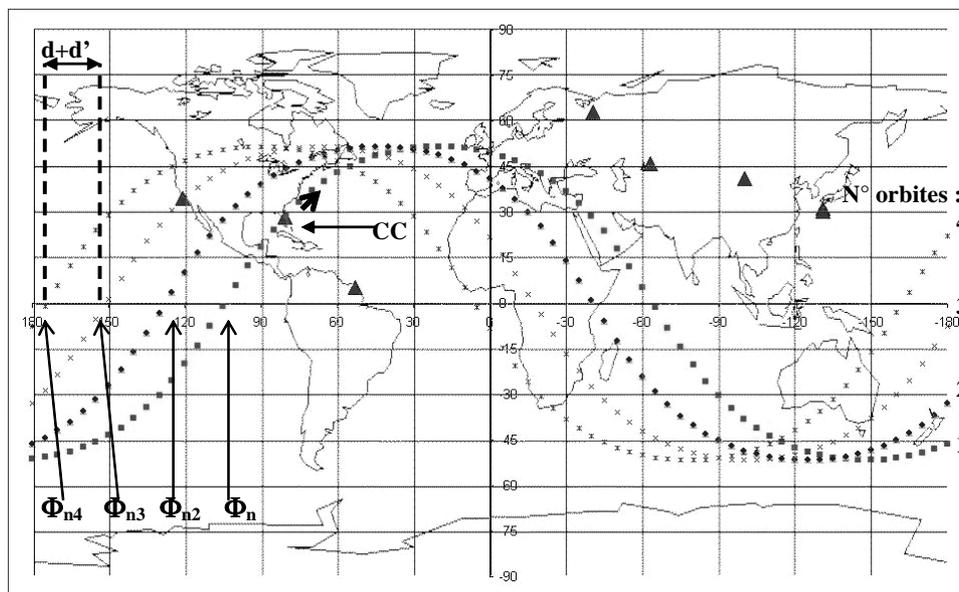
##### Décalages périodiques

Pour ISS, les données « two lines » sont par exemple :

$i = 51,6305^\circ$  ; nb de révolutions par jour : 15,66825, donc  $T = 86400/\text{nombre de révolutions par jour} = 5514,33 \text{ s}$  ;

Injectés dans  $(R_1)$ ,  $(R_9)$  puis  $(R_8)$  donnent :  $d' = 0,182756^\circ$  ;

$A' = 360 (1-5514,33/86164) - 0,182756 = 336,78^\circ$ . Déterminons  $\Phi_n$  pour la première orbite sachant que le pas de tir est Cap Canaveral (CC) ;  $\Phi_B = 80,6^\circ$  avec  $(R_{11})$  donne  $\Phi_n = 104,3^\circ$ .

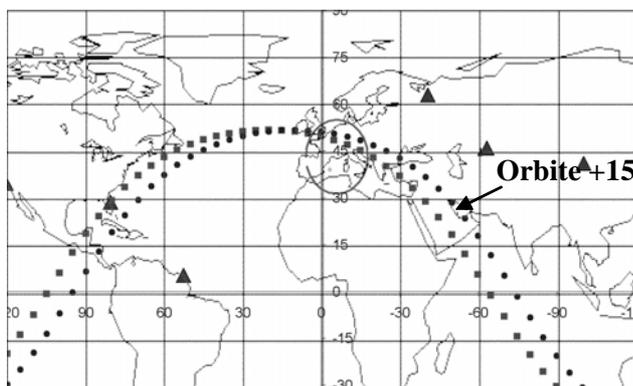


**Fig. 4 :** Traces des 4 premières orbites de l'ISS après le tir effectué depuis Cap Canaveral (CC). La flèche indique le sens du tir, avec une composante vers l'est. L'orbite n° 1 passe par CC. Seule la partie Est de cette orbite a une réalité physique. A la mise sur orbite ISS survole l'Europe. On observe l'augmentation  $d+d'$  de la longitude  $\Phi_n$  du nœud ascendant d'une orbite à l'autre. Résultats obtenus sur tableur « EXCEL ». Le fond de carte provient d'un site Internet [8].

Notons que  $d+d' = 23,0393^\circ + 0,1828^\circ = 23,222^\circ$ , représente le décalage en longitude ouest du nœud ascendant à chaque orbite, voir formules  $(R_2)$ ,  $(R_{12})$ .

### Conditions de visibilité

En définissant une zone de survol autour du point d'observation, telle que le satellite apparaît à une hauteur  $h$  supérieure ou égale à  $10^\circ$  au dessus de l'horizon, appelée zone de visibilité, on peut étudier la « périodicité » des passages visibles en un point du globe. L'annexe 2 indique comment cette zone de visibilité est définie, puis tracée autour du point choisi.



**Fig. 5 :** Traces des orbites +15 et +16, le lendemain d'un exemple de passage initial favorable. La zone de visibilité (hauteur  $10^\circ$ ) est calculée pour un observateur à Toulon... On suppose ISS toujours éclairée par le soleil, mais l'observateur dans la nuit.

Sur un intervalle de temps raisonnable (quelques jours), donc un nombre d'orbites d'une centaine, l'altitude du satellite ISS peut

être considérée constante (voir site " [www.heavens-above.com](http://www.heavens-above.com) ", variation d'altitude). Dans ces conditions à partir d'un survol connu du lieu d'observation, cherchons l'orbite favorable suivante. Si le nœud ascendant se déplace de  $360^\circ$  on retrouve l'orbite favorable identique ; mais  $360^\circ$  correspond à un nombre d'orbites  $n = 360^\circ / (d+d') = 15,50$ . Ce qui correspond à environ un jour. Si ISS est bien visible un soir, il sera visible le lendemain 15 ou 16 orbites plus tard : 1jour moins 62 min ou 1jour plus 30 min, environ. Evidemment on a supposé que le soleil éclaire ISS. L'observation se fait en début de soirée ou en fin de nuit.

On remarque que les traces se décalent vers l'ouest dans la même soirée (+15 puis +16). Les directions d'observations changent. Sur cet exemple le passage +15 se fait nord-ouest vers nord-est, le passage +16 suivant se déroule ouest-nord-ouest vers sud-est.

On peut poursuivre la modélisation 48, 72, etc... heures plus tard et constater la sortie progressive des traces hors de zone de visibilité. On peut également visualiser le passage des périodes d'observation favorable du soir (début de nuit) au matin (fin de nuit)... Mais attention les paramètres d'éclairement du satellite et d'obscurité au lieu d'observation ne sont pas visualisés.

### Les sites : "orbito", "Heavens Above", "nasa liftoff"...

Si l'on veut obtenir des visualisations complètes (traces, éclairement, zones jour-nuit) voire des positions en temps réel, de nombreux sites proposent leurs logiciels (téléchargeables ou non). Citons :

- <http://www.educnet.education.fr/orbito> [3]
- <http://www.heavens-above.com> [5]
- <http://www.science.nasa.gov/realtime/jtrack/> [6]

Si vous désirez obtenir la trace orbitale actualisée, en temps réel, avec le tableur, il faudra d'abord relier l'ascension droite (longitude céleste) du nœud ascendant  $\Phi_n$ , à la date de référence des two lines, avec sa valeur de longitude terrestre  $\Phi_n$  en utilisant l'heure

sidérale. Voir annexe 3. Ensuite calculer le nombre d'orbites effectuées depuis cette date de référence jusqu'à l'instant  $t$  et reprendre la méthode du II-1-a. La position en temps réel d'un satellite n'est accessible par cette méthode que pour des mouvements circulaires en utilisant le nombre de révolutions par jour et l'anomalie moyenne...

## Pas de tir et inclinaison

Notre tableur va néanmoins nous permettre de bien maîtriser les différents paramètres orbitaux ; prenons l'exemple de l'inclinaison (on pourra s'intéresser à l'influence de l'altitude par la suite).

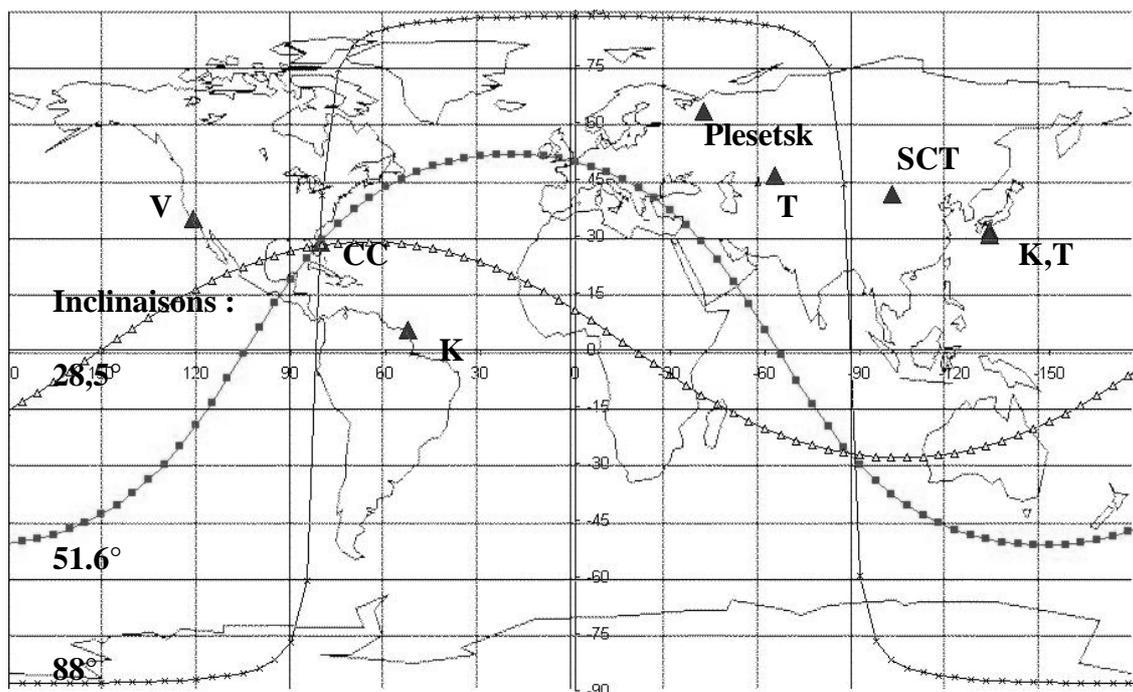


Fig.6 : Tirs depuis Cap Canaveral pour des inclinaisons différentes, à période -altitude- constante.

On passe d'une orbite quasi polaire ( $88^\circ$ ) par celle d'ISS ( $51,6^\circ$ ) vers l'orbite d'inclinaison minimale ( $28,5^\circ$ , cas du Hubble Space Telescope) pour le site de lancement de Cap Canaveral.

En effet la relation ( $R_4$ )  $i = \lambda_{\max}$  montre l'impossibilité d'avoir un tir direct à inclinaison plus faible que la latitude du lieu. Le site de Kourou apparaît immédiatement comme celui offrant la plus vaste gamme d'inclinaisons, en particulier les orbites les plus proches de l'équateur. ( $i = 5,2^\circ$ ).

On remarque d'autre part que seul le site de Plesetsk (latitude  $62,9^\circ$ ) ne permet pas d'accéder à ISS. Les stations spatiales (Mir, Skylab, ISS) ont donc toujours des inclinaisons de  $50^\circ$  environ pour être accessibles depuis plusieurs pas de tir. Que deviendrait la station spatiale internationale et ses occupants sans l'accès depuis Baïkonour ?

## Autres visualisations

### Les satellites héliosynchrones

Ces satellites « polaires » d'observation ont une inclinaison  $i = 98,8^\circ$  une période de 6087,81 s soit une altitude de 828,1 km. Ces valeurs permettent d'obtenir une orbite héliosynchrone, c'est à dire que la direction soleil-Terre fait un angle constant avec le plan de l'orbite, ici  $22,5^\circ$ . La conséquence pratique est un passage à nœud descendant avec un éclairage du sol constant correspondant à une heure locale fixe (exemple 10h30 du matin) [6], favorable à une bonne observation « photographique ».

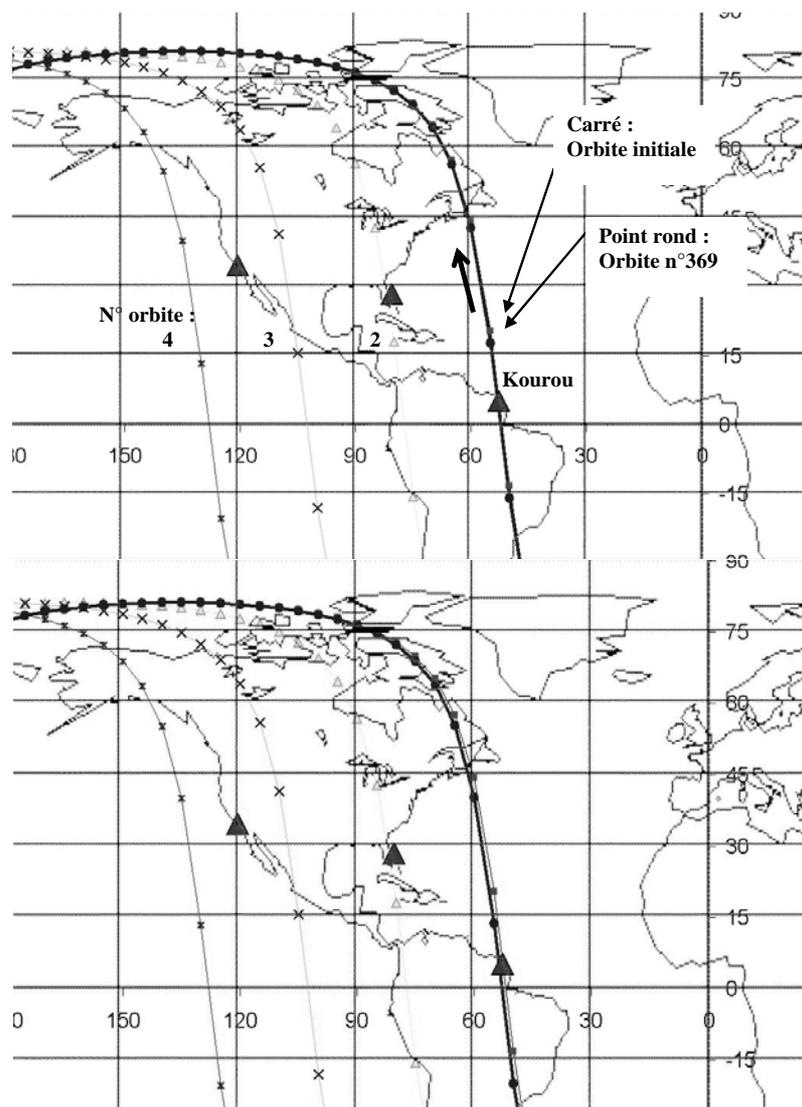
On utilise l'attraction du bourrelet équatorial terrestre ( $d' < 0$ , voir figure 3, précession vers l'est) pour faire pivoter le plan orbital – par rapport au référentiel géocentrique- d'un degré d'angle par jour environ. Traduisons cette propriété dans le référentiel terrestre :

$d' = -0,06842 \text{ }^\circ/\text{orbite}$ ,  $d = 25,4353 \text{ }^\circ/\text{orbite}$ ,  
soit  $d+d' \approx 25,3669^\circ/\text{orbite}$  ou  $360^\circ$  par  
jour (solaire moyen de 24h). Le nœud  
ascendant se déplace donc par rapport au sol à  
la même vitesse que la limite jour/nuit : il décrit  
un tour de la Terre en 24 h.

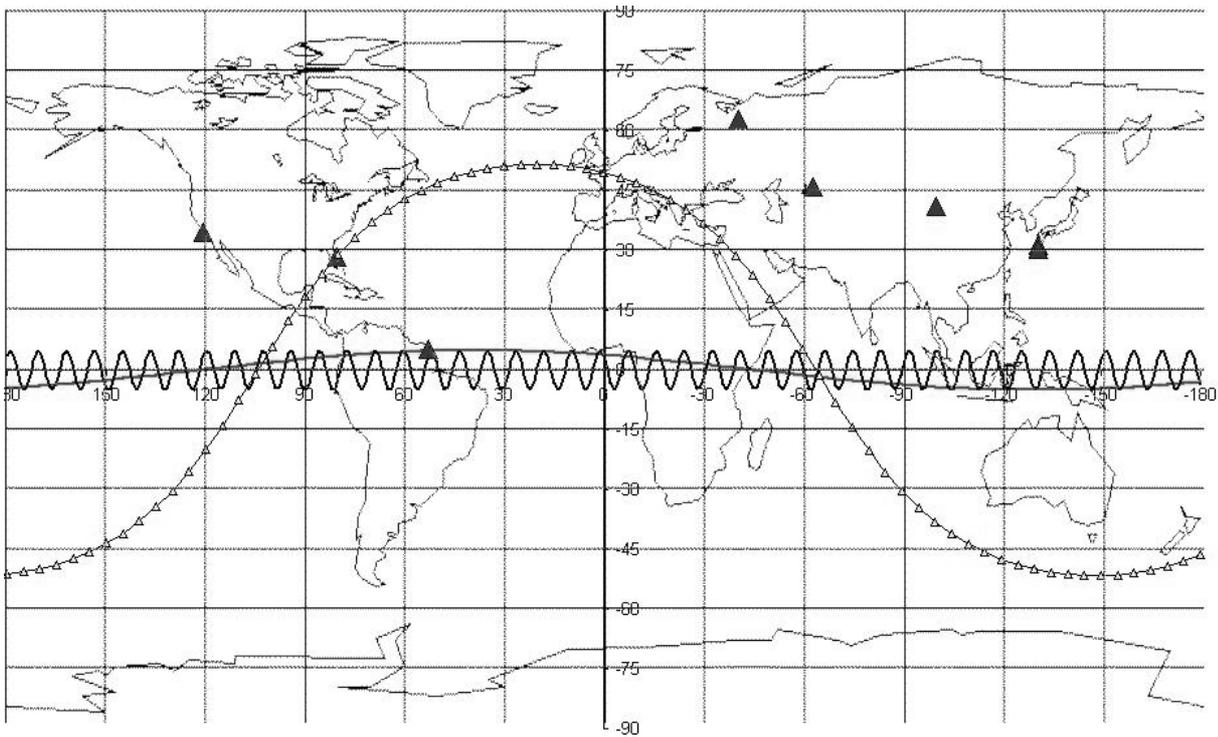
On montre que ce satellite présente une  
répétitivité des traces au sol (ou points de  
survol identiques) de 26 jours soit 369 orbites  
exactement [1] [7]. En fait il existe une

répétitivité approchée tous les 5 jours environ  
soit 71 orbites plus exactement.

On remarque que le tir depuis Kourou a une  
composante de vitesse vers l'ouest, il est donc  
moins économique. En effet un tir à  
composante est, vers le sud-est, astreindrait à  
un survol du Brésil, inconcevable pour des  
raisons de sécurité.



**Fig. 7 :** Traces des orbites du satellite Spot 4. En haut, mise en évidence de la répétitivité rigoureuse des traces après 369 orbites (26 jours) : superposition de la trace de l'orbite initiale et de la 369<sup>ème</sup>, 26 jours plus tard. En bas, quasi répétitivité après 71 orbites (5 jours environ). Chaque passage (orbites 2, 3,4) au dessus du sol survolé se fait à heure locale fixe (22h 30-Spot 4 à Kourou). Près du nœud ascendant, seul visible ici, le passage se fait dans la nuit.



**Fig. 8 :** Traces au sol avec tableur « EXCEL »:

- 1) d'une orbite de référence, celle d'ISS depuis le Kennedy Space Center (Cap Canaveral) pour un demi grand axe  $a=6770$  km ;  $T = 5542$  s. La trace sur  $360^\circ$  de longitude correspond à une durée d'observation de 1h39 min.
- 2) d'une orbite d'un satellite de même altitude et période qu'ISS mais tiré depuis Kourou.
- 3) de  $N$  orbites d'un satellite de demi-grand axe  $a=41500$  km ;  $T = 84137$ s également tiré depuis Kourou. La dérive longitudinale de la trace d'une période  $A'$  ( $8.47^\circ$ ) montre que le satellite n'est pas exactement à la position géostationnaire. Ici, le nœud ascendant a décrit  $360^\circ$  en près de 41,4 jours (durée d'observation nécessaire pour observer la trace représentée sur la figure 7).

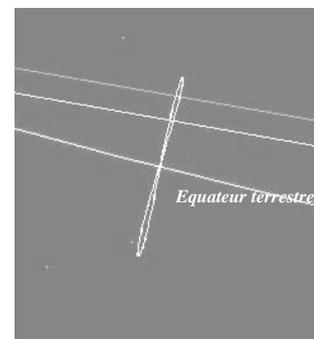
### Les satellites géosynchrones

La modélisation par tableur permet bien sûr d'accéder à l'influence de l'altitude sur les traces au sol donc de la période  $T_0$  du satellite. L'augmentation de l'altitude conduit à la réduction de la période apparente  $A'$ , voir figure 8, qui devient nulle pour le demi-grand axe  $a \approx 42160$  km, soit  $T_0 = 86164$  s. Le satellite est alors immobile par rapport au sol lorsque l'inclinaison de son orbite vaut exactement  $0^\circ$ .

Pour un satellite tel que :  $\{i = \text{latitude de Kourou} = 5,2^\circ \text{ et } : T = T_0 = 86164\text{s}\}$ , la période  $A'$  devient  $0^\circ$  : la trace sinusoïdale se réduit à un segment de droite perpendiculaire à l'équateur, compris entre les latitudes  $\pm i$ , dont la dérive en longitude est nulle.

S'il est d'inclinaison nulle on trouve le cas du satellite parfaitement géostationnaire. Le segment se réduit à un point.

En réalité pour une inclinaison non nulle, la trace au sol se présente sous la forme d'un 8 ou « analemme » [9]. Ce phénomène s'explique par la variation de la vitesse relative du satellite par rapport au sol en fonction de sa déclinaison ou latitude, au cours du temps. Voir la figure 9 extraite du site de la NASA.



**Fig. 9 :** Traces au sol d'un satellite géostationnaire d'après « NASA Jtrack 3d » [6]. C'est Skynet 4C d'inclinaison  $5,7^\circ$ .

## Conclusion

Le thème "référentiels et satellites" peut être abordé à des niveaux très différents, de la seconde aux classes post-baccalauréat. Les outils pédagogiques utilisés peuvent être adaptés à l'auditoire : du montage carton au tableur EXCEL en passant par les relations mathématiques. L'exemple du problème des satellites géostationnaires d'inclinaison imparfaitement nulle montre bien la relation outils/modélisations :

- Le modèle d'une trace orbitale se projetant d'une manière quasi ponctuelle sur le sol sera visualisé avec le montage carton-boule.
- Le modèle d'une trace orbitale se projetant suivant un segment perpendiculaire à l'équateur apparaîtra naturel avec l'approche tableur-approximation sinusoïdale.
- Le modèle réaliste d'une trace en forme de « 8 » s'imposera enfin à l'aide d'un logiciel complet de simulation de mouvements.

On remarque également que la progression dans les outils est nécessaire pour une maîtrise de la compréhension physique des phénomènes « observés ». En particulier, l'utilisation d'un tableur associé à une modélisation mathématique keplérienne ne permet d'accéder qu'à quelques aspects des trajectoires dans le référentiel terrestre, contrairement aux logiciels de simulation « clefs en main » ; mais elle me semble indispensable pour une approche certes simplifiée, mais en profondeur, de la physique mise en œuvre. Regarder fonctionner un logiciel, sorte de boîte noire, ne paraît pas suffisamment formateur.

Notons enfin que ces quelques lignes sont inspirées d'un travail de TIPE de classe MPSI [12], dans lequel les élèves n'ont pas hésité à utiliser la mathématisation minimale ( $R_{10}$ ) présentée dans cet article, inspirée de la revue de vulgarisation « Science et Vie » [2]. N'ayons pas peur de l'outil mathématique, même dans le secondaire, pourvu qu'il ne cache pas l'essentiel : la compréhension « physique ».

### **Information importante**

Si vous êtes intéressé par le thème astronomie, pensez à consulter le site du Comité de Liaison Enseignants et Astronomes : [www.ac-nice.fr/clea](http://www.ac-nice.fr/clea)

## Références

- [1] : « Satellite héliosynchrone », Pierre Bonnet, B.U.P n°707-octobre 1988 p 1073.
- [2] « La calculette de l'astronome », Pierre Kohler, Daniel Ferro, Science et Vie 1982, p 124.
- [3] « Lanceurs et orbitographie, Solstice », Jean Cassanet, B. U. P. n°846, p1293, juillet-août-septembre 2002.
- [4] « Astronomie par Internet », Guy Bouyrie, B.U.P. n°840-janvier 2002 p 90.
- [5] « Et pourtant ils tournent... », Pierre Le Fur, B.U.P. n°860-janvier 2004 p 79.
- [6] « Le TP NASA », Pierre Le Fur, B.U.P. n°860-octobre 2003 n°857 p 1341.
- [7] [http://spot4.cnes.fr/spot4\\_fr/orbite.htm](http://spot4.cnes.fr/spot4_fr/orbite.htm)
- [8] <http://www.eleves.ens.fr:8080/home/ollivier/carto/carto3.html> (choisir projection quadratique).
- [9] « En suivant la lune... », Irène Tirapolsky, B.U.P.n°701-février 1988 p 222.
- [10] « ...l'équation du temps », Thierry Alhalel, B.U.P.n°838-novembre 2001 p 1559
- [11] « Mécanique spatiale : perturbations provoquées ou naturelles des systèmes képlériens », Colonel Robert Genty, B.U.P.n°852-mars 2003 p 387.
- [12] « Eurosat®, un logiciel de simulation du mouvement apparent des satellites artificiels », Pierre Le Fur, B.U.P. n° 801, p 378-379, février 1998.
- [13] <http://www.heavens-above.com/whattime.asp?> ou <http://www.users.skynet.be/zmn/cab/tech/temps/TempsSideral2.htm> ou <http://www.bdl.fr>
- [14] « Initiation à l'astronomie », Agnès Acker p 34, Masson 1982
- [15] Annuaire du bureau des longitudes (éphémérides 1990), p40, chez Masson, 1989.

## Annexe 1

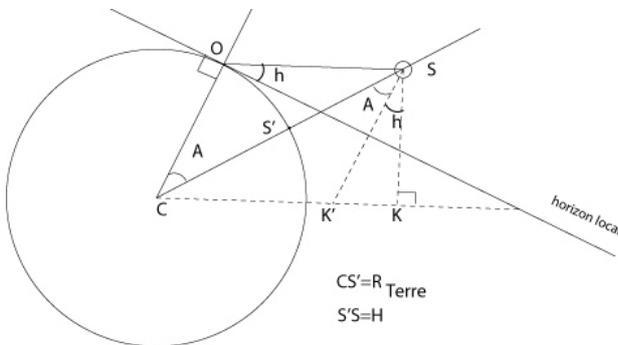
### Coordonnées géographiques de quelques sites de lancement (cf. [2])

cosmodrome	symbole	latitude	longitude
Cap Canaveral	CC	28,5	80,6
Vandenberg	V	34,6	120,6
Plesetsk	P	62,9	-63,3
Tyuratam-Baïkonour	T	45,9	-40,7
kourou	K	5,2	52,7
Schuang Cheng Tsé	SCT	41	-100,3
Kagoshima	K	31,2	-131,1
Tanegashima	T	30,4	-131

## Annexe 2

### Zone géographique de visibilité d'un satellite éclairé par le soleil :

Un observateur O placé à la surface de la Terre aperçoit un satellite S d'altitude H au dessus du sol, si la hauteur d'observation h(°) au dessus de l'horizon est suffisante. Déterminons l'angle au centre OCS = A correspondant à cette situation :

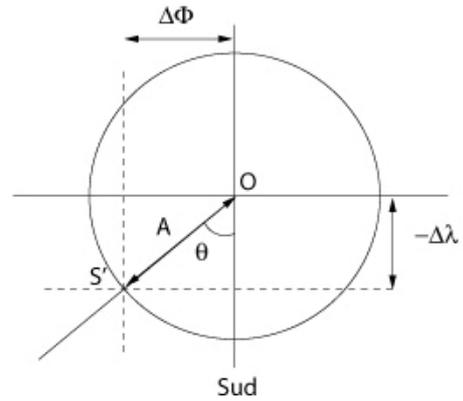


Dans le triangle CSK on a :  $SK = (R_T + H) \cos(A+h)$

Dans le triangle SK'K on a :  $SK = R_T \cos(h)$

D'où  $\cos(A+h) = \cos(h)/(1+H/R_T)$

Connaissant ainsi l'angle au centre  $A = OCS'$ , on peut tracer le lieu des points  $S'$ , où le satellite peut être visible à cette hauteur h au dessus de l'horizon, à partir du point d'observation O.



Les coordonnées de  $S'$  dépendent de l'azimuth  $\theta$  et de celle de O :

$$\Phi_{S'} = \Phi_O + \Delta\Phi \approx \Phi_O + A \sin\theta$$

$$\lambda_{S'} = \lambda_O + \Delta\lambda \approx \lambda_O - A \cos\theta$$

(Expressions valables si A petit –groupe de Gauss pour petits angles-[14])

En faisant varier  $\theta$  de  $0^\circ$  à  $360^\circ$  on peut tracer le lieu des points S, sur la carte, c'est à dire la limite de la zone de visibilité.

## Annexe 3

### Ascension droite, longitude, temps sidéral (cf. : [10], [13], [14], [15])

Si  $TS_G$  est le temps sidéral à Greenwich à la date t, on a la relation :

$$\Phi_n(^{\circ}) = TS_G(^{\circ}) + \varphi_n(^{\circ})$$

Si t est la date de référence  $t_{ref}$  des « two lines », l'obtention de la longitude terrestre  $\Phi_n$  est immédiate en utilisant la valeur de  $TS_G$  extraite d'un site Internet [13].

Si l'on dispose seulement de l'heure sidérale  $TS_G$  à une autre date  $t_0$ , on peut obtenir  $TS_G$  à  $t_{ref}$  en utilisant :

$$TS_G(t_{ref}) = 1,0027379(t_{ref} - t_0) + TS_G(t_0)$$

On traduira les heures sidérales en ( $^{\circ}$ ) à raison de  $15^{\circ}$  pour une heure sidérale ...