AVEC NOS ÉLÈVES

Résolution du jour de la semaine d'une date donnée dans le calendrier julien

Eric Varanne

Résumé : *Cet article m'a été inspiré par un autre article : "Un calendrier perpétuel mental, Cahier Clairaut N° 104 hiver 2003 p 21". Ce dernier écrit sous forme très plaisante, avec un peu de mystère, donne des indications pour trouver de mémoire, le nom du jour de la semaine pour une date donnée. L'article est illustré, comme aime si bien le faire Georges Paturel, par un petit personnage, que je nomme Johan, qui reste extrêmement dubitatif quant à la somme de données à retenir, surtout celle concernant les années. Pouvait-on le laisser dans un tel désarroi ? Bien sûr que non. Aussi, dans ce qui suit, je tente de relever le défi en démystifiant (désolé) quelques points non développés dans l'article nommé plus haut, tout en espérant continuer à résoudre cette question dans le même esprit que l'original, c'est-à-dire par le seul moyen du calcul mental.*

Y réussirai-je ? Ce sera à vous d'en juger.

Introduction

Il est possible, connaissant une date exprimée sous la forme "jj mm aaaa" (exemple : 27 03 2006 qui est un lundi), par une démarche de calcul à partir des trois éléments de cette date, qui sont le quantième du jour, le quantième du mois et le quantième de la date, d'obtenir une valeur qui permet de retrouver le nom du jour de la semaine.

Conventions et codification

Le quantième du jour sera représenté par ***j,*** celui du mois par ***m*** et celui de l'année par ***a***.

Pour les calculs nous aurons besoin du type du mois et du type de l'année, représentés respectivement par ***tm*** et ***ta***.

Les années seront numérotées suivant la convention établie par l'un des "CASSINI" qui utilisa le zéro (0) et les entiers négatifs, ce qui fait que l'an 1 après JC est toujours noté 1, mais que l'an 1 avant JC devient l'année 0, l'année 2 avant JC devient l'année –1 et ainsi de suite. Cela est indispensable pour faciliter les calculs des années bissextiles des dates du calendrier julien avant JC et rendre la solution universelle.

Nous aurons besoin de faire des calculs ne rendant que des nombres entiers ; aussi, pour indiquer que l'on ne garde que la partie entière d'un nombre après une opération, celui-ci sera encadré par des parenthèses carrées : **[*u*]** quelle que soit l'opération qui conduit au résultat ***u***.

Soit [7,254] sera égal à 7 de même que pour 7,98846597 par exemple.

Attention **[**–7,254**]** vaux **–8,** c'est la définition.

L'opération donnant le reste de la division euclidienne des nombres ***x*** et ***s*** sera notée ***x*** mod ***s,*** ce qui donnera le résultat suivant : si ***x*** vaut 11 et ***s*** vaut 7 : 11 mod 7 = 4. On obtient ainsi pour la valeur de ***s*** égale à 7 un résultat toujours compris entre 0 et 6, quelle que soit la valeur de ***x***. Si ***x*** est négatif, le reste est négatif ; il faut donc ajouter ***s***. Pour x = –6 et s = 7 alors –6 mod 7 = 1 car le reste de –6 divisé par 7 est –6, donc –6 + 7=1

Structure des années communes dans les deux calendriers

	jan	fev	mars	avril	mai	juin	juil	aout	sep	oct	nov	dec
nb jours	31	28	31	30	31	30	31	31	30	31	30	31
Cumul	0	31	59	90	120	151	181	212	243	273	304	334
N° mois	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Type (***tm***)	0	3	3	6	1	4	6	2	5	0	3	5

Table de correspondance entre la valeur trouvée par le calcul et le nom du jour de la semaine :

0	Dimanche
1	Lundi
2	Mardi
3	Mercredi
4	Jeudi
5	Vendredi
6	Samedi

Par quel mystère obtient-on ***tm*** ? Simple : c'est le reste de la division par 7 de la valeur du cumul des jours juste avant le changement de mois (voir le tableau).

Ainsi vous pourrez toujours retrouver cette valeur importante pour chacun des mois, car je suppose que la mémorisation de la durée de chaque mois vous est déjà acquise.

tm représente le nombre de jours restant pour terminer le mois en ayant éliminé le nombre de "semaines" complètes, passées depuis le début de l'année, plutôt le nombre de périodes de 7 jours écoulées depuis le premier janvier.

Soit ***tm*** = ***cumul*** mod **7** suivant les conventions établies précédemment.

En première conclusion, vous devez donc retenir la suite des valeurs ***tm*** associées aux mois.

Années bissextiles

La période de révolution de la Terre autour du Soleil ne correspond pas à un nombre de jours entiers, elle est de plus sujette à des dérives et variations. Par un artifice, le calendrier julien (nom dû à Jules César et mis en service en -44 soit 45 avant JC) introduit systématiquement tous les quatre ans un jour supplémentaire (bis sextus ou quelque chose d'approchant) d'où le nom d'année bissextile, et inséré à la fin du mois de février. On retrouvera donc pour une périodicité de 28 ans (4 fois 7) les noms des jours revenant aux mêmes dates. Pour le calendrier grégorien la période est de 2800 ans.

Une remarque : entre deux années communes le nom du jour se décale d'une unité, car 365 jours comportent 52 périodes complètes de 7 jours, soit 364 jours plus un jour pour terminer l'année.

Pour une année bissextile qui compte 366 jours, on trouve par le même raisonnement un décalage de deux jours, mais qui n'intervient qu'à partir du premier mars dans l'année bissextile ; aussi, cela entraîne, pour notre calcul, le fait de considérer deux valeurs de ***ta*** pour ce type d'année, et de savoir quand prendre la bonne valeur, mais la réponse avec un peu de réflexion se trouve dans ce paragraphe.

Sans ces années bissextiles, ce serait beaucoup plus simple, mais les contraintes sont là et il faut en tenir compte.

Que dire du calendrier grégorien et pourquoi existe-t-il d'ailleurs ?

Le calendrier julien est une approximation insuffisante ; un décalage d'une dizaine de jours de l'équinoxe de printemps était constaté aux environs des années 1500 (julien) et c'est le Pape Grégoire XIII qui décida de remédier à ce décalage, la vraie préoccupation étant la détermination correcte de la date de Pâques.

A Rome, donc, le **jeudi 4 octobre 1582** est le dernier jour du calendrier julien, le lendemain est le **vendredi 15 octobre grégorien**, 10 jours ont été ajoutés

Si j'ai précisé à Rome, c'est que l'adoption de la réforme n'a pas été appliquée aux mêmes dates dans tous les pays.

Pour notre problème, il faut retenir la modification de la règle des années bissextiles : Les années séculaires (multiple de cent) ne sont plus bissextiles sauf celles multiples de 400, ainsi 1600, 2000, 2400 restent bissextiles alors que 1700, 1800, 1900, 2100, … ne le sont plus.

Les valeurs de ***ta*** proposées sont celles du calendrier julien ; pour le calcul dans le calendrier grégorien, une correction sera faite pour tenir compte et de l'ajout de 10 jours en 1582 et des décalages supplémentaires au cours des siècles.

Le calcul des valeurs ***ta*** pour le calendrier julien est le suivant :

$$(((a - 1) + [a / 4]) \bmod 28 + 5) \bmod 7$$

Soit :
Retrancher 1 à l'année, y ajouter la partie entière de l'année divisé par 4

Garder le reste de la division par 28, ajouter 5 à ce reste

Garder le reste de la division par 7 du résultat précédent et vous obtenez ***ta***.

Si l'année est bissextile, retranchez 1 à ***ta*** pour les mois de janvier et février.

Pour le calendrier grégorien, il faut y apporter la correction due aux années bissextiles manquantes et tenir compte des jours ajoutés.

Calcul du jour en calendrier julien

Calculer ***tm*** et ***ta*** par les méthodes décrites précédemment, puis additionner ***j***, ***tm*** et ***ta*** et garder le reste de la division par 7, soit (***j***+***tm***+***ta***) mod *7*.

Exemples :
1er janvier -4712 :

j =1, ***tm*** = 0,
Calcul de ***ta*** :
-4712 -1 = -4713 ; -4713 / 4 = -1178 ; -4713 - 1178 = -5891 ; -5891/ 28 = -210 reste -11 ;
il faut rajouter 28 le reste est donc de 17 ; 17 + 5 = 22 ; 22 mod 7 = 1 car 22 divisé par 7 = 3 reste 1
ta = 1 mais -4712 est bissextile ainsi ***ta*** = 0 pour janvier et février donc ***j***+***tm***+***ta*** = 1 divisé par 7 égal 0 reste **1**, c'est un **lundi**.

Vous vérifierez que le 1er mars -4712 est un vendredi, et que les 10 juin -2038 et 4 octobre 1582 sont des jeudis.

Henri II est-il mort un jeudi ou un vendredi ?

Suite aux travaux de Joseph Scaliger (1540-1609) il est maintenant d'usage, en particulier en astronomie, de compter les jours en Jours Juliens. L'origine a été choisie arbitrairement au lundi 1er janvier -4712 (c'est-à-dire en l'an 4713 av. JC, car il n'y a pas d'année zéro). Il est souvent d'usage de donner la date en Jours Juliens Modifiés (MJD en anglais) en retranchant au nombre réel de jours le nombre 2400000,5. Le demi jour (0,5) s'explique par le fait que les Jours Juliens sont définis à partir de 12h, alors que les jours que nous utilisons sont comptés à partir de 0h.

Ce sujet est complexe. Ceci peut expliquer certaines incertitudes sur les dates historiques. Ainsi, dans son livre "Alain Decaux raconte l'histoire de France aux enfants", qui, soit dit en passant est très intéressant même pour des adultes, l'auteur dit que le tournoi fatal au roi Henri II s'est déroulé le jeudi 30 juin 1559. Je trouve pour ma part que c'est un Vendredi (julien).