HISTOIRE

Sur une erreur de Galilée

Pierre Lerich

Résumé : *En lisant le* Dialogue sur les deux grands systèmes du Monde, *de Galilée, le lecteur sursaute en découvrant qu'un boulet de canon lâché depuis l'orbite de la Lune, tomberait sur la Terre en 3 heures, 22 minutes, 4 secondes (page 363 de l'édition du Seuil). Le lecteur incrédule consulte son manuel de physique, sort sa calculette et refait le calcul de Galilée : il trouve 4 jours 20 heures. Il doit y avoir une erreur quelque part.*

Chute d'un objet depuis la Lune

Il y a deux méthodes pour calculer le temps de chute d'un objet depuis l'orbite de la Lune. La première est celle de Newton (*PRINCIPIA, Livre I section VII : mouvements rectilignes*). Elle consiste à imaginer que l'objet pourrait avoir gardé une petite vitesse le long de l'orbite lunaire, et tomberait donc sur la Terre selon une ellipse très aplatie. En poussant le raisonnement à l'extrême, cette ellipse pourrait être tellement aplatie qu'elle ressemblerait à s'y méprendre à une ligne droite. Cela ne l'empêcherait pas de respecter la 3^{e} loi de Kepler, qui parle du grand axe, mais pas du petit. Celui-ci peut donc être nul.

Connaissant le temps de révolution de la Lune autour de la Terre, on peut calculer grâce à la 3^{e} loi de Kepler le temps de révolution correspondant à n'importe quelle ellipse, même aplatie, proportionnelle à la puissance 3/2 du grand axe. Il suffit que ce grand axe soit égal à la distance Terre-Lune pour que l'objet tombe sur la Terre (et s'enfonce jusqu'au centre de la Terre, mais ceci est un détail). C'est ainsi qu'on trouve un temps de chute (la moitié du temps pour ellipse complète) égal à 4 jours 20 heures = 34 fois le temps trouvé par Galilée.

La seconde méthode, plus moderne, consiste à écrire une équation exprimant le fait qu'à chaque instant, l'accélération subie par l'objet est inversement proportionnelle au carré de la distance au centre. On retrouve Newton par un chemin différent. Plus l'objet se rapproche, plus il est attiré, donc plus il se rapproche, etc. Comme on établit un rapport entre une distance et la variation de cette distance (entre une variable et sa dérivée), on est donc en présence d'une équation différentielle, dont la résolution a occupé des générations de mathématiciens au XVIII^{e} siècle : certaines équations sont faciles à résoudre, d'autres difficiles, d'autres impossibles. Celle qui concerne le problème posé par Galilée est très classique, et aboutit à une formule qu'il suffit d'appliquer : on trouve de nouveau 4 jours 20 heures.

Si l'on appliquait ce même calcul à un objet en chute libre vers le Soleil, abandonné sans vitesse initiale en un point de l'orbite terrestre, on trouverait une durée de 64 jours.

Galilée

À l'époque de Galilée, ces deux méthodes étaient inconnues. Pour la première, il a fallu encore attendre 50 ans, pour la seconde un siècle au moins. Galilée avançait donc seul, sans carte et sans boussole en territoire inconnu.

Image Wikimedia libre de droit

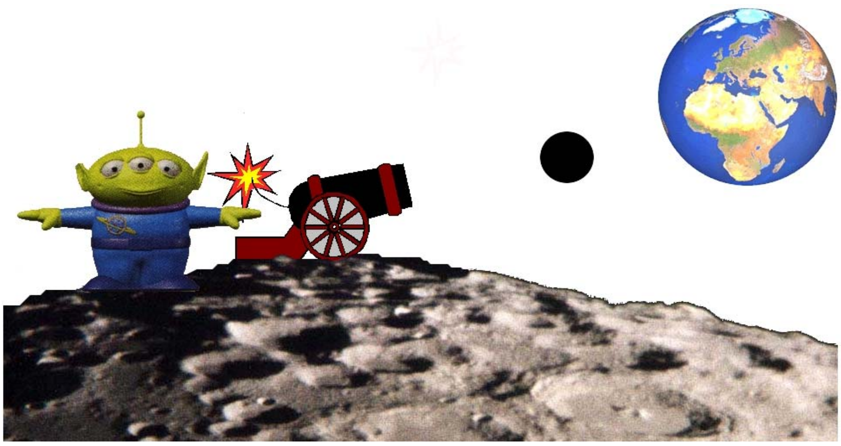
Portrait de Galilée par Sustermans

Or, la chose dont il était le plus fier, c'est d'avoir le premier quantifié le mouvement accéléré. Jusqu'à lui, on en parlait d'une manière vague, sans pouvoir rien mesurer. Il a été le premier à démontrer que dans le mouvement accéléré, les espaces parcourus sont proportionnels aux carrés des temps. La chute libre étant le plus commun des mouvements accélérés, il était facile (en principe) de mesurer le temps de chute d'un boulet de canon lâché d'une certaine hauteur : cent coudées en 5 secondes selon Galilée. La mesure du temps avait sans doute été mal faite (1 coudée = 0,55 m). Ce temps et cet espace fournissent la valeur de g, qui détermine la proportionnalité entre les espaces et les temps (élevés au carré). A partir de là, rien n'empêche de calculer le temps de chute d'un objet lâché à 1000 mètres, à 10 000 mètres, et pourquoi pas à la hauteur de l'orbite lunaire. C'est de cette façon (il nous donne le détail de son calcul) que Galilée a trouvé le temps de chute de 3 heures 22 minutes 4 secondes.

Où est l'erreur ?

L'erreur de ce raisonnement apparaît clairement si on le compare avec la 2e méthode exposée plus haut. Galilée a pris la valeur de g telle qu'on peut la mesurer à la surface de la Terre et l'a considérée comme une valeur universelle et invariable, une constante fondamentale de l'univers, un peu comme la vitesse de la lumière. Pour savoir si c'était vrai ou faux, il aurait fallu faire l'expérience en lâchant un objet depuis l'orbite de la Lune, mais à l'époque de Galilée, c'était du domaine du rêve. Aujourd'hui, il suffirait d'immobiliser une fusée à la bonne hauteur et d'attendre qu'elle tombe, mais l'expérience n'aurait plus aucun intérêt. Il est certain que si Galilée avait pu expérimenter, il aurait constaté son erreur et aurait supprimé ce passage qui n'était pas indispensable, puisqu'il n'apportait rien à la défense de Copernic.

Cinquante ans plus tard, le bruit courait dans le monde savant, en Angleterre, que tous les corps célestes possédaient une force attractive, mais que celle-ci décroissait rapidement avec la distance. Une décroissance selon l'inverse du carré de la distance paraissait plausible, mais on n'en était encore qu'aux hypothèses, comme le constatait une lettre de Hooke à Newton de 1679, lettre qui semble avoir été à l'origine des PRINCIPIA (1687). Une fois lancé sur ce problème, Newton réalisa le tour de force de démontrer tout ce qui jusque là était seulement supposé. Ces démonstrations sont si magistrales qu'elles pourraient se passer de vérification, mais ce serait dommage de s'en priver si une telle vérification est rapide et facile à réaliser.



Trouvez l'erreur qui se cache dans cette image.

Newton se trouva ainsi devant le même problème que Galilée : la chute des corps sur Terre étant connue, comment l'étudier à la distance de la Lune ? Galilée a supposé que cette chute était la même partout et aboutissait ainsi à un temps de chute peu vraisemblable. Newton partait d'une hypothèse entièrement différente et a pu la vérifier non pas en lâchant un objet depuis l'orbite lunaire, mais en remarquant que si la Lune ne prend pas la tangente en s'éloignant de la Terre, c'est parce qu'elle « tombe » vers la Terre en même temps qu'elle progresse sur son orbite. Un calcul très facile permet de dire de combien elle « tombe » à chaque seconde et de comparer ce chiffre à la chute des corps sur terre. On peut vérifier ainsi que l'accélération subie par les objets qui tombent est inversement proportionnelle au carré de leur distance au centre de la Terre. A la distance de la Lune, la gravité terrestre est divisée par 3600, le carré de 60. Ainsi les démonstrations géométriques des *PRINCIPIA* sont définitivement confirmées.

Galilée aurait pu procéder comme Newton : il avait étudié les boulets de canon qui filent tout droit en même temps qu'ils tombent vers la terre, décrivant une parabole allongée. C'est le même raisonnement que celui de Newton au sujet de la Lune. Même s'il y avait de l'incertitude sur la distance Terre-Lune, sur le rayon terrestre, sur l'accélération des corps en chute libre, les données de l'époque permettaient d'éliminer immédiatement l'hypothèse d'une accélération unique partout égale à elle-même. Mais Galilée n'avait visiblement aucun doute sur la validité de son calcul, dont le résultat ne semble pas l'avoir étonné le moins du monde. Il n'avait aucune raison d'aller chercher plus loin.

Mouvement naturel

Comme la physique d'Aristote était au programme des universités, Galilée l'a enseignée pendant des années bon gré mal gré. C'est peut être là qu'il faut chercher la source de son erreur. Aristote distinguait deux sortes de mouvement : les mouvements « naturels » (comme la chute des corps) et les mouvements « violents » (flèche lancée par un arc). Les corps pesants tombent parce que c'est dans leur nature. Comme leur nature est la même à la surface de la Terre et à la proximité de la Lune, il n'y a aucune raison de supposer que leur mouvement puisse être différent. Donc leur accélération doit être la même, et pour connaître la durée de la chute, il suffit d'appliquer cette accélération uniforme à la distance Terre-Lune. Galilée conserve donc cette notion de « mouvement naturel » héritée d'Aristote, alors qu'il sent fort bien son insuffisance. Par exemple, il reprend avec humour un problème curieux posé par un contemporain : si la Terre se volatilisait d'un seul coup, les corps pesants continueraient-ils de tomber de la même façon ? Ou bien cette variante : si plusieurs corps massifs flottaient librement dans l'espace, vers quoi pourraient-ils tomber ? Il pense que les corps lourds « conspirant par nature à s'unir » se rassembleraient, et que leur réunion formerait un centre capable ensuite d'attirer d'autres corps (page 390). On voit que ces réflexions contiennent en germe l'idée de gravitation. Pourtant, au moment de calculer le temps de chute depuis l'orbite lunaire, c'est l'idée simpliste de « mouvement naturel » qui s'est imposée, avec pour conséquence une accélération toujours égale, et une erreur considérable sur la durée de la chute.

Aristote es-tu là ?

Galilée n'a cessé toute sa vie de contester Aristote, bien souvent avec une ironie méchante. Aristote était sa bête noire. Il n'a pourtant jamais réussi à se libérer totalement de son influence. Il faudra toute la réflexion du XVIIIe siècle (Descartes, Pascal, etc.) pour remettre en question tout l'héritage des anciens, qui paralysait la science.

Image Wikimedia libre de droit
Aristote peint par Raphaël

■