HISTOIRE

Comment Kepler a déterminé l'orbite de la Terre autour du Soleil*

Blaise SIMON ; La Grande Candelle, Allée des Pins, 13009 Marseille

Résumé : *Alors que la méthode de Kepler pour déterminer l'orbite de Mars est bien connue, sa méthode concernant celle de la Terre est bien moins populaire. Kepler obtint une orbite très précise de la Terre à partir de 4 longitudes bien choisies du Soleil et de Mars. Après une succession d'essais et d'erreurs, l'orbite fut trouvée comme étant quasi circulaire, avec une excentricité de 0,01653 et une longitude du périhélie de 100°19'.*

Introduction

Quand, en 1600, Kepler avait rejoint l'équipe d'astronomes de Tycho Brahé, celui-ci lui avait confié le problème de la planète Mars, sur lequel des générations d'astronomes s'étaient cassé les dents.
Après de nombreux essais, Kepler était parvenu à décrire assez bien le mouvement de Mars, mais son calcul n'était pas parfait : entre les longitudes calculées et les longitudes observées subsistait un écart irréductible d'environ huit minutes, trop grand pour être mis au compte d'incertitudes d'observations. Kepler pensa alors que ces difficultés venaient du fait que la trajectoire de la Terre n'était pas assez bien connue. Comme la Terre est notre observatoire, si cet observatoire mobile n'est pas localisé avec assez de précision, il est en effet illusoire de chercher de la précision dans la localisation d'autres planètes.

Kepler abandonna donc provisoirement son étude de Mars, pour se concentrer sur le problème de la Terre, et améliorer la connaissance de son orbite.
Sa méthode est décrite dans son '*Astronomia Nova*', traduite du latin par Jean Peyroux[1]. Il nous a paru intéressant de la rappeler, car si elle est tombée dans l'oubli, elle est aussi élégante que celle par laquelle il a déterminé plus tard l'orbite de Mars.

Comme nous l'avons dit, Kepler ne partait pas de zéro. D'abord, il connaissait assez bien les mouvements de la Terre et de Mars. Il savait, comme tous les astronomes de son temps, ce que savait Hipparque, près de mille huit cents ans avant lui : la trajectoire de la Terre est à peu près un cercle excentré par rapport au Soleil. Ensuite, pour résoudre le problème, qui était de supprimer cet *à peu près*, il disposait des observations de Tycho, bien plus précises que celles de ses prédécesseurs. Inutile de dire que Kepler travaillait dans le cadre du système de Copernic.

Principe de la méthode de Kepler

Par hypothèse, la Terre et Mars ont des mouvements périodiques autour du Soleil, sur des trajectoires fermées. Ces planètes se retrouvent donc à la même place à intervalles de temps réguliers (leurs périodes sidérales). Connaissant les dates exactes de passage de la planète au nœud ascendant, des années 1590, 1592, 1593, 1595, Kepler avait calculé la période sidérale de Mars : 687 jours, ce qui est déjà une précision remarquable (elle est, d'après les travaux les plus récents, 686,996 jours).

Soient S le Soleil, $S\gamma$ la direction origine des longitudes (Fig. 1). Supposons connue à une date T_o la longitude héliocentrique L_{0M} de Mars. Soit M cette planète, et posons $SM = 1$.

SM, distance Soleil-Mars (inconnue), est la base de la triangulation par laquelle seront déterminées toutes les positions de la Terre.

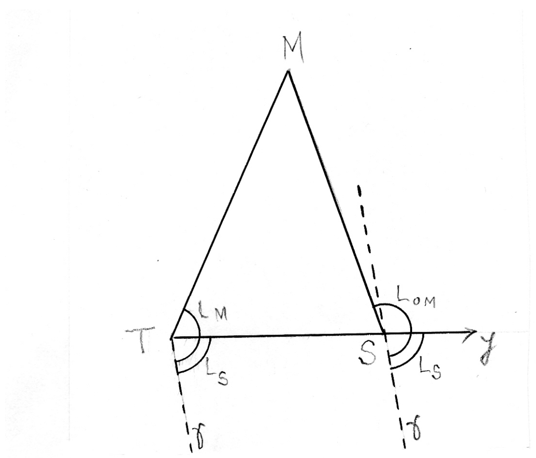


Figure 1. Triangulation donnant une position de la Terre, la distance Soleil-Mars, SM, étant prise comme unité.

On se place à la date $T = T_0 + 687$ jours : Mars est de nouveau en M , par définition. Soient, à cette date T , L_S et L_M les longitudes géocentriques du Soleil et de Mars. La Terre est donc sur la droite passant par S et faisant l'angle $(180° + L_S)$ avec la direction origine $S\gamma$. Dans le triangle MST les angles sont connus : l'angle en S est égal à $(\pi - L_{0M} + L_S)$, et l'angle en T est l'élongation de Mars $(L_M - L_S)$. On peut donc calculer la distance Terre-Soleil ST , la distance SM étant prise comme unité.

On se place ensuite à la date $T' = T_0 + (2 \times 687)$ jours : Mars est de nouveau en M . Les longitudes géocentriques correspondantes du Soleil et de Mars sont L'_S et L'_M . Par le même genre de construction, on obtient la position T' de la Terre à cette date.
A l'aide des données correspondant aux dates $T_0 + n \cdot 687$ jours (n étant positif ou négatif), on obtient n positions de la Terre. Il ne reste plus qu'à trouver quelle est la courbe qui passe par ces différentes positions.

Application

La question est de connaître la longitude héliocentrique de Mars à la date initiale T_0 .
Pour nous, rien de plus simple : il suffit de prendre pour date T_0 celle d'une opposition Terre-Mars. Alors la longitude héliocentrique L_{0M} de Mars est justement sa longitude géocentrique. On utilise ensuite les longitudes géocentriques du Soleil et de Mars aux dates $(T_{opposition} + n \cdot 687 \text{ jours})$. Cette méthode ne présente aucune difficulté pour nous, qui n'avons qu'à consulter la '*Connaissance des Temps*', où sont, depuis des centaines d'années, consignées de jour en jour les coordonnées géocentriques du Soleil et des planètes. Nous pouvons même nous offrir le luxe de choisir une opposition où la latitude de Mars est la plus faible possible[2] (ainsi nous minimisons le problème de l'obliquité de son orbite). Nous pouvons ainsi calculer des dizaines et des dizaines de positions de la Terre.

Mais Kepler, lui, était loin de disposer d'un tel nombre d'observations. Il avait bien quelques oppositions Terre-Mars, mais il n'avait pas les observations correspondantes espacées de $n \cdot 687$ jours de ces oppositions. Il lui fallut donc appliquer une méthode d'essais et erreurs, que nous allons décrire maintenant.

En dépouillant les registres d'observations que Tycho lui avait légués, qui contenaient les longitudes géocentriques des planètes et du Soleil, Kepler ne trouva que quatre observations espacées entre elles de 687 jours, désignées ici par les lettres a, b, c, d . Les longitudes géocentriques correspondantes du Soleil et de Mars, L_S et L_M sont données dans le tableau ci-dessous (toutes les observations ont été faites vers 5 heures du matin).

	date	L_S (géo.)	L_M (géo.)	L_{0M} (hélio.)
a	1585 10 mai	58°55'3/4	146°54'1/2	185°22'2''
b	1587 28 mars	16°50'2/5	168°12'	185°23'38''
c	1589 12 février	333°41'2/3	218°48'	185°25'14''
d	1590 31 décembre	289°6'4/5	219°46'2/3	185°26'50''

Tableau 1

Mais, bien entendu, ne figurait pas dans les registres de Tycho la longitude héliocentrique L_{0M} de Mars 687 jours avant le 10 mai 1585, c'est-à-dire le 23 juin 1583.

Kepler mit alors à profit sa connaissance imparfaite de Mars : il savait qu'à cette date la longitude héliocentrique de cette planète était d'environ 185°20'26'' : il adopta cette donnée provisoirement, quitte à la corriger plus tard. Il appliqua à cette longitude la correction de précession des équinoxes, de 51" par an, soit 1'36" pour 687 jours : les valeurs de L_{0M} ainsi obtenues figurent dans la dernière colonne du tableau.

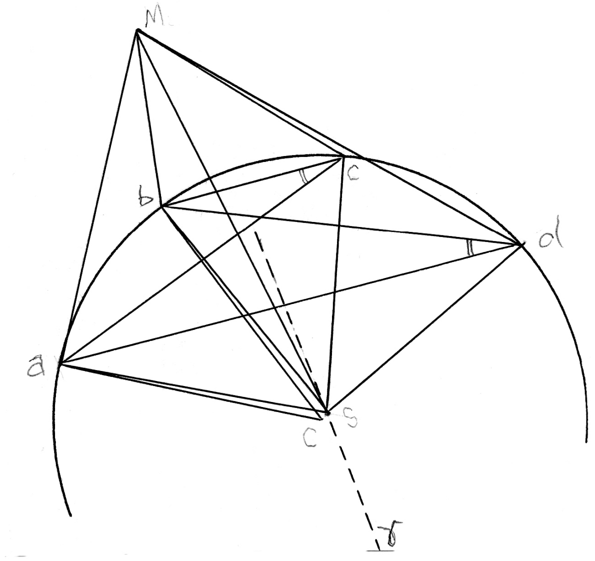


Figure 2. Les quatre triangulations de Kepler.
Si les quatre positions de la Terre, a, b, c, d, sont sur un cercle, les angles en c et d doivent être égaux.

A chaque ligne de ce tableau correspond une construction telle que nous l'avons décrite au paragraphe "Principe de la méthode". Kepler obtint ainsi quatre positions de la Terre a, b, c, d (*Fig. 2*), S étant le Soleil, M Mars.

Pour les distances au Soleil de a,b,c,d, Kepler trouva les valeurs suivantes (avec $SM = 1$) : $0{,}62227; 0{,}61675; 0{,}60658; 0{,}6021$.

Ces quatre positions ont été obtenues à partir de la longitude 185°20'26" de Mars le 23 juin 1583, dont nous avons dit que Kepler n'était pas tout à fait sûr. Comment pouvait-il alors contrôler son résultat ?
Kepler fit alors l'hypothèse que la trajectoire de la Terre est un cercle : si c'est le cas, les angles bca et bda doivent être égaux.

Kepler calcula ces deux angles, et trouva 21°28'01" pour le premier, 21°19'06" pour le second ; différence 9'. Les quatre points a,b,c,d ne sont pas sur un cercle : c'est donc que la longitude héliocentrique de Mars le 23 juin 1583 n'était pas exactement 185°20'26".

Kepler la corrigea, en l'augmentant de 2', soit 185°22'26". Il recommença alors tout son calcul et il obtint pour la Terre quatre positions un peu différentes des précédentes ; il recalcula les angles bca et bda : 21°40'09" et 21°22'14" : différence 18', deux fois plus grande que par le calcul précédent. La correction faite sur la longitude initiale de Mars était donc dans le mauvais sens.

Kepler 'rectifia le tir' et prit pour longitude L_{0M} la valeur 185°18'26". Il refit le calcul, obtint quatre nouvelles positions de la Terre, et recalcula ces fameux angles : 21°15'54" et 21°13'54" : différence 2' seulement, que Kepler considéra comme négligeable.
L'orbite de la Terre est donc bien un cercle.
Restait à déterminer son centre.

A ce stade du calcul, Kepler avait les trois longueurs $Sa = 0.62177$, $Sb = 0.61525$, et $ab = 0.44518$, et il prit pour les angles bca et bda la valeur commune 21°13'.

Soit C le centre du cercle orbite de la Terre : c'est le sommet du triangle abC isocèle, d'angle au sommet 42°26' (double de 21°13') ; donc l'angle abC vaut 68°47'. D'autre part, dans le triangle abS, les trois côtés sont connus, d'où la valeur de 69°43'31" pour l'angle abS.
Par conséquent l'angle CbS est égal à 0°56'31".
Enfin dans le triangle CSb l'angle SCb vaut 83°30'.
Prenant alors le rayon du cercle Cb comme unité (l'unité astronomique), Kepler trouva que la distance CS (l'excentricité) est de $0{,}01653$.
Quant au côté CS, il fait avec la direction origine $S\gamma$ un angle de 100°19'.

Conclusion de Kepler : la Terre décrit autour du Soleil un cercle, dont l'excentricité est de $0{,}01653$, la longitude du périhélie étant de 100°19'.

Conclusion

Ces résultats, publiés en 1609, sont étonnamment exacts : nous savons en effet que l'orbite de la Terre est quasiment circulaire. Son excentricité est très faible et avait, en 1583, une valeur de $0{,}01688$, la longitude du périhélie étant de 101°06'[3]. Il est même surprenant que ces résultats aient pu être obtenus avec seulement quatre triangulations, dont l'une (celle qui est dénommée b), est très éloignée d'une équilatérale.

Compte tenu de la précision des observations dont il disposait, Kepler ne pouvait pas trouver une trajectoire elliptique, c'est-à-dire un cercle aplati. Pour la Terre, le rapport des axes b/a est en effet de $0,99986$. Pour représenter à quel point l'orbite de la Terre diffère peu d'un cercle, imaginons qu'on ait dessiné au crayon un cercle de un mètre de rayon : eh bien une ellipse d'excentricité $0,0169$, et d'un mètre de grand axe, est contenue dans l'épaisseur du trait de crayon représentant le cercle ! Sur ce dessin le Soleil est à $1,69\ cm$ du centre[4].

Connaissant alors très bien l'orbite de la Terre, et la longitude du Soleil chaque jour de l'année, Kepler connaissait la position de la Terre sur son orbite chaque jour de l'année avec une précision inégalée. Il était donc sur une base très solide pour déterminer les orbites des autres planètes, en particulier celle de Mars. Il appliqua pour cela une méthode de triangulation analogue à celle que nous venons de décrire, et qui, elle, est bien connue. C'est à ce sujet qu'il découvrit une orbite elliptique, c'est-à-dire un cercle aplati, d'aplatissement mesurable (mais pas énorme, car il ne vaut que $0,9956$).

Je laisse à Kepler la responsabilité de ses valeurs numériques. J'ai refait ses calculs, et je n'ai pas toujours obtenu exactement ses résultats : je pense que cela vient du fait que, si Kepler donne certains angles à la seconde près, il en donne d'autres à la fraction de minute, peut-être un peu arrondie.

(1) KEPLER J. ''*Astronomia Nova*'', 1609, Prague. Traduction de Jean Peyroux, Blanchard éditeur, Paris, 1979, pp.187 à 190.
(2) MEEUS J. ''*Astronomical Tables of the Sun, Moon, and Planets*'', Willmann-Bell editor 1995, p. 34, et pp. 63 sq.
(3) MEEUS J. ''*Astronomical Algorithms*'', Willmann-Bell editor, 1998, pp. 212 et 214
(4) TRICKER R. A. R. "*The paths of the planets*'', Mills and Boon editor ,1967, p. 85.

(*)In "Observations et Travaux n°62, juin 2006"

■

Les publications de nos amis

Pulsars et gravitation (ISBN 2-86630-193-5)

I. Cognard, G. Theureau et P. Sintès.

Dans ce coffret pédagogique vous trouverez des exercices extrêmement originaux. Il faut dire que les deux premiers auteurs sont des spécialistes internationalement reconnus des pulsars et de la radioastronomie. Ce coffret est une pure merveille. Je ne le dis pas parce que les auteurs sont nos amis, mais parce que c'est vrai ! Le coffret est distribué par le CRDP de l'Académie d'Orléans-Tours. Le prix est de 35 euros.

Activités

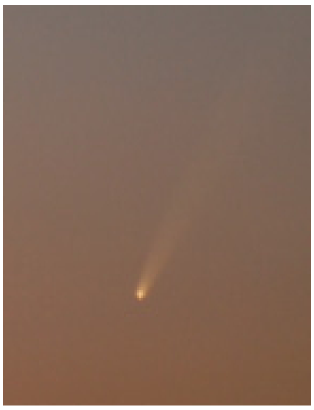
L'âge de la nébuleuse du Crabe ; Ralentissement et âge du pulsar du Crabe ; Mesure de dispersion et distance du pulsar du Crabe ; La distance des amas d'étoiles et la découverte de l'absorption interstellaire ; L'analyse des temps d'arrivée des impulsions des pulsars ; Pulsar binaire et masse des étoiles à neutrons ; Effet Shapiro et masse du Soleil ; Principe optique des miroirs du grand radiotélescope ; Les ondes électromagnétiques.

Expériences : écouter le pulsar, pulsars, ondes radio, principe d'un radiotélescope.

L'Astronomie n° 121 -Février 2007.

En plus des articles sur l'astronomie chinoise et l'astronomie infrarouge vous aurez droit à une magnifique photo de la comète MacNaught, prise par Sylvain Weiller avec un zoom de 300mm.

L'Astronomie, une revue de premier plan, merveilleusement illustrée !



©Weiller

GP■