AVEC NOS ÉLÈVES

Convergence : lentille interférométrique de Soret

G. Paturel, Observatoire de Lyon

Résumé : *Nous allons expliquer et montrer qu'il est possible de former une lentille convergente, certes un peu spéciale, avec une sorte de réseau circulaire, le réseau de Soret. Nous l'avions présenté brièvement dans le premier article de cette série, nous allons l'expliquer plus en détail.*

Analyse du problème

Nous allons étudier la propagation d'une onde lumineuse monochromatique allant d'un point source A à un point B.

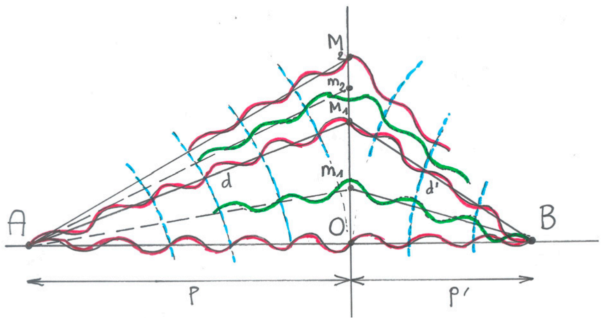
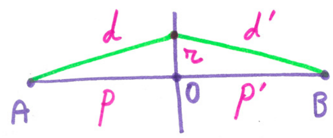


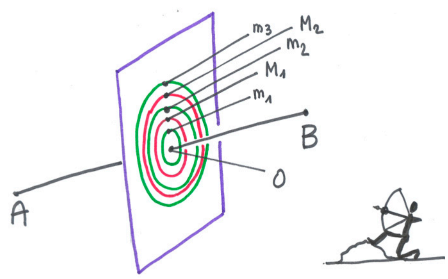
Figure 1 : *L'onde monochromatique émise par la source ponctuelle A se propage vers B en passant par un plan intermédiaire virtuel. Les rayons lumineux **en phase** avec le rayon central sont en rouge. Ceux en **opposition de phase** sont en vert.*

S'il n'y a pas d'écran entre les deux points, l'onde émise par la source lumineuse monochromatique ponctuelle A atteint le point B, où qu'il soit sur l'axe optique qui supporte AB. On peut considérer pourtant que l'onde passe par un **plan virtuel**, perpendiculaire, en O, à AB. Chaque élément de cette surface virtuelle se comporte comme une source réémettant dans toutes les directions ce qu'elle a reçu. C'est le principe de Huygens. En raison de la symétrie axiale autour de AB, nous pouvons considérer que les éléments de cette surface virtuelle sont des couronnes centrées sur l'axe optique. La lumière qui arrive en B est le résultat de la combinaison de toutes les ondes réémises par toutes les couronnes virtuelles.

En suivant les idées d'Augustin Fresnel, choisissons les rayons des cercles qui limitent les couronnes de telle façon que le trajet des rayons lumineux augmente de $\lambda/2$ quand on passe d'une couronne à la suivante. Les zones ainsi découpées s'appellent les zones de Fresnel, évidemment. Notons que les couronnes ont une certaine largeur. Le passage de l'une à l'autre se fait par un déphasage continu. Cependant, à un point d'une zone, on peut faire correspondre un point de la zone suivante, tel que le déphasage soit une demie longueur d'onde. Bref, les couronnes délimitées par les cercles ainsi tracés laissent globalement passer des vibrations décalées de $\lambda/2$ les unes par rapport aux autres.



Quand un rayon lumineux parcourt un trajet $d+d'$ qui diffère du trajet direct AB=$p+p'$ par un nombre **pair** de demi-longueur d'onde, la vibration est en phase avec celle passant directement par O. Les deux vibrations se renforcent mutuellement en B. En revanche quand la différence des trajets est un nombre **impair** de demi-longueur d'onde, le rayon est en opposition de phase avec le rayon direct. Les deux vibrations s'annulent en B.



Rayons des zones de Fresnel

Nous allons calculer les rayons des cercles qui limitent les zones de Fresnel. Clarifions tout d'abord la numérotation. Une zone de Fresnel est une couronne limitée par deux cercles concentriques. Mais, pour la première zone, le cercle intérieur a un rayon nul. Cette première zone est donc un disque.

Nous numéroterons les zones par n. Le rayon du cercle qui définira une zone sera celui du cercle le plus grand des deux. Ainsi, la première zone $n = 1$, aura un cercle externe de rayon r_1. La deuxième zone sera une couronne de rayon externe r_2 et de rayon interne r_1, etc.

Le théorème de Pythagore nous dit que :

$$p^2 + r_n^2 = d_n^2 \text{ et } p'^2 + r_n^2 = d'^2_n,$$

où r_n est le rayon de la zone numéro n. De sorte que la distance $d_n + d'_n$ s'écrit :

$$d_n + d'_n = \sqrt{p^2(1 + r_n^2/p^2)} + \sqrt{p'^2(1 + r_n^2/p'^2)}\,.$$

Nous pouvons approximer cette expression en considérant que r_n est petit devant p et p'.

$$d_n + d'_n = p(1 + r_n^2/2p^2) + p'(1 + r_n^2/2p'^2)\,,$$

soit :

$$d_n + d'_n = p + p' + \frac{r_n^2}{2}\left(\frac{1}{p} + \frac{1}{p'}\right) \qquad (1)$$

Écrivons maintenant que le déphasage entre une zone et la zone centrale est un multiple de $\lambda/2$:

$$(d_n + d'_n) - (p + p') = n\frac{\lambda}{2} \qquad (2)$$

En combinant les équations (1) et (2) ci-dessus, on aboutit à la relation suivante :

$$\frac{n\lambda}{r_n^2} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \qquad (3)$$

Pour les deux points A et B, séparés par la distance $p+p'$, les rayons limitant les différentes zones dans un plan à la distance p de la source, doivent croître comme la racine carré des entiers :

$$r_n = \sqrt{\frac{n\lambda}{\frac{1}{p} + \frac{1}{p'}}} \propto \sqrt{n}$$

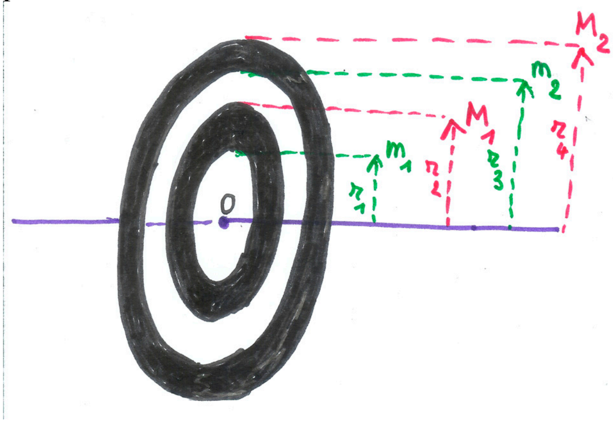
Exemple : Si nous prenons p=2m, p' =2m, λ=0,5µm, on trouve les rayons suivants :

n	1	2	3	4	...	10
r_n *(mm)*	0,71	1,00	1,22	1,41	...	2,23

On devrait s'attendre à ce que l'émission d'une couronne annule l'émission de la couronne précédente, puisqu'à tout point d'une couronne on peut faire correspondre un point de la couronne suivante, tel que la différence de trajet soit une demi-longueur d'onde.

En réalité deux couronnes consécutives ne se détruiront pas exactement car la transmission de la vibration de la couronne plus externe se fait sous des angles plus grands, ce qui réduit l'amplitude de la vibration en direction de B[1]. On peut considérer aussi que cette couronne externe est partiellement annulée par une autre couronne plus externe, elle-même annulée par une couronne plus externe, etc. Au final la lumière en B résulte de la combinaison de toutes les ondes résiduelles. Dans le calcul formel, l'onde transmise de A à B est donnée par une somme convergente de termes positifs et négatifs qui se compensent progressivement.

À ce niveau d'analyse, on a vraiment l'impression d'avoir enfoncé des portes ouvertes pour dire que la lumière passe de A à B. Comment faire pour former une image de la source A, en un point B et seulement en B ?



Principe du réseau de Soret

Nous avons vu qu'au point B l'émission de chaque zone de Fresnel détruisait presque l'émission de la zone précédente par interférence. L'idée simple est donc de noircir une couronne sur deux, par exemple les couronnes paires (ou les couronnes impaires). Le phénomène de destruction mutuelle ne se produira plus et la lumière sera renforcée au point B, un point où les ondes de toutes les couronnes transparentes arrivent en phase. Ce type de réseau, avec des couronnes alternativement claires et sombres, s'appelle un réseau de Soret.

Équation d'un réseau de Soret

Imaginons que nous ayons un réseau de Soret dont le rayon externe de la "couronne" centrale est R. Toutes les couronnes impaires suivantes, n=3, 5, 7, etc., laissent passer les vibrations qui arrivent en

[1] On pourrait penser aussi que la surface d'une couronne plus externe est plus réduite, en réalité cette variation est très faible et intervient peu.

phase en B pour des valeurs données de p, p' et λ. (voir l'exemple du calcul des rayons des zones de Fresnel).

Écrivons alors l'équation (3) des zones de Fresnel impaires (n est numéroté à partir de 1, pour la zone de Fresnel centrale).

$$\frac{(2n-1)\lambda}{r_{2n-1}^2} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \qquad (4)$$

Si l'un des rayons r_{2n-1} coïncide avec un des rayons des cercles des couronnes transparentes de notre réseau (calculé pour p, p' et λ), alors, toutes les vibrations passant à travers ces zones impaires transparentes arriveront en phase au point B, situé à la distance $p+p'$ de la source.

Le cas le plus simple est $r_1 = R$. Dans ce cas notre réseau de Soret découpe exactement les zones de Fresnel impaires. La lumière issue de A converge en B, situé à la distance $p+p'$.

Je peux aussi considérer le cas où $r_3 = R$. La "couronne" centrale de mon réseau couvrira alors trois zones de Fresnel consécutives '1,2,3'. La couronne suivante (noire) du réseau couvrira les zones de Fresnel '4,5,6', la couronne suivante (transparente) couvrira les zones '7,8,9', etc.. Comme, les vibrations des zones de Fresnel consécutives : 2,3 - 8,9 -14,15 -etc. s'autodétruisent (nous ne parlons pas des zones 4,5,6 - 10,11,12 - etc.. qui sont arrêtées par les couronnes noires du réseau), seules convergent en B les vibrations : 1, 7, 13, etc.. L'image est moins lumineuse que dans le cas précédent.

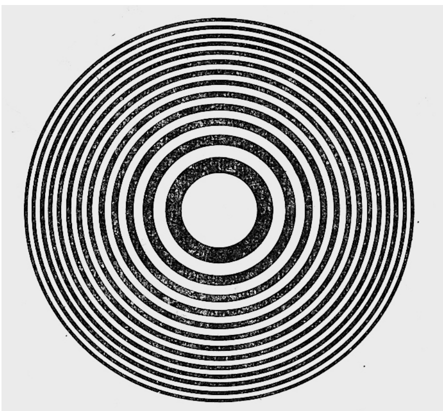


Photo : G. Bruhat, Optique, éd. Masson, 1965

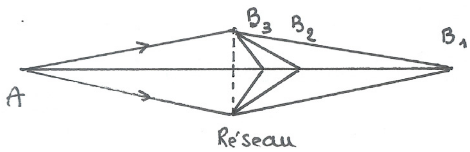
Bref, d'une manière générale, dans l'équation 4, nous pouvons faire coïncider les rayons des cercles de l'une quelconque des zones impaires de Fresnel avec le rayon R de la première couronne de notre réseau. L'équation (4) s'écrit alors :

$$\frac{(2n-1)\lambda}{R^2} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \qquad (5)$$

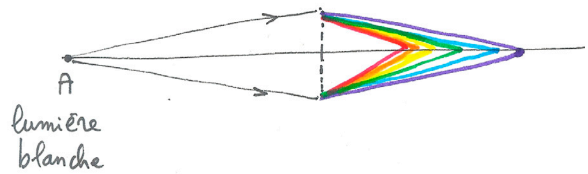
Cette équation s'identifie à l'équation classique des lentilles (la fameuse relation $1/p+1/p'=1/f$, comme le dit Jean Gay dans son article sur le Solarscope p. 14). On trouve donc que la distance focale de notre réseau de Soret est :

$$f = \frac{R^2}{(2n-1)\lambda} \qquad (6)$$

Le réseau se comporte comme une lentille ayant plusieurs valeurs de la distance focale pour n = 1, 2, 3, etc. Pour notre exemple, on trouve les distances focales suivantes : 1m, 0,33m, 0,20m, etc. L'intensité lumineuse aux foyers successifs décroît rapidement.



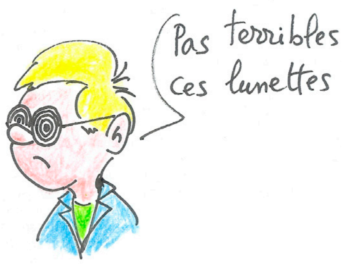
Une autre caractéristique des lentilles interférométriques est leur fort chromatisme. Plus la longueur d'onde est grande, plus la distance focale est courte. Cela se voit aisément sur la relation (6). Dans notre exemple le premier foyer (n = 1) passe de 1,25m pour le bleu (λ = 0,4µm) à 0,71m pour le rouge (λ = 0,7µm).



Encore un délire

Nous avions terminé nos articles précédents de cette série par des délires de jeune astronome. Nous poursuivons encore dans la même veine.

J'avais imaginé de fabriquer un spectro avec un réseau de Soret. Le détecteur n'avait qu'à se déplacer le long de l'axe optique pour enregistrer les spectres de tous les objets du champ. Ce n'était pas une très bonne idée. Pas meilleure l'idée de se fabriquer des lunettes avec de telles lentilles...



■