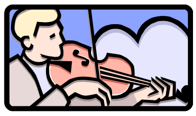
TP : Acoustique musicale, gammes, harmonie



Spécialité-Partie B1 Instrument de musique

Mots clés : Harmonies et gammes tempérées.

Introduction et problématique

Une gamme est une succession de notes dont les fréquences sont reliées les unes aux autres de manière bien définie. La gamme de Pythagore a été utilisée de l'Antiquité au Moyen Âge et a servi de base pour la construction d'autres gammes, comme la gamme tempérée actuelle. La construction d'une gamme est intimement reliée aux phrases musicales et à l'harmonie, c'est-à-dire aux accords, que ses notes permettent de produire.

Fig.1 Jean Sébastien Bach, l'un des promoteurs de la gamme tempérée

Contexte et problématique :
En musique, la **gamme tempérée** ou **gamme au tempérament égal**, aussi appelée **tempérament égal,** est un système d'accord qui divise l'octave (rapport 2 en douze intervalles chromatiques égaux). Il existe plusieurs manières de définir les fréquences des notes d'une gamme. Dans la **gamme tempérée**, le rapport entre une note et la note suivante (appelé demi-ton) a une valeur constante valant $2^{1/12}$. Ainsi la gamme tempérée est une suite géométrique de raison $a = 2^{1/12}$. On se propose de vérifier cette affirmation.

Documents à disposition

Doc.1 Vocabulaire

L'**intervalle** entre deux sons est le quotient de la fréquence du son le plus aigu par celle du son le plus grave. Les intervalles d'**octave** (de valeur 2) et de **quinte** (de valeur 3/2) sont, dans la musique occidentale, considérés comme **consonants**, c'est-à-dire harmonieux à l'oreille.
Une **gamme** est une succession de notes de musiques comprises dans l'intervalle d'une octave.
Les douze notes de la **gamme chromatique** sont do, do#, ré, ré#, mi, fa, fa#, sol, sol#, la, la#, et si.
Les notes non altérées sont do, ré, mi, fa, sol, la, si (doc.2).
La **gamme de Pythagore**, elle, utilise les intervalles de quinte et d'octave pour construire les notes.

Doc.2 Correspondance entre hauteur de la note et numéro de cette note dans la gamme tempérée

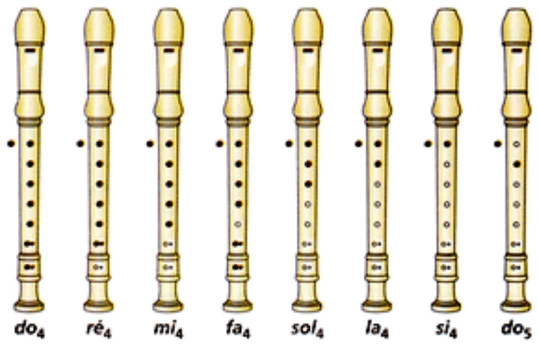
Note	do	do#	ré	ré#	mi	fa	fa#	sol	sol#	la	la#	si	do
Degré n dans la gamme	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Intervalle avec le do dans la gamme tempérée	1	$2^{1/12}$	$2^{2/12}$	$2^{3/12}$	$2^{4/12}$	$2^{5/12}$	$2^{6/12}$	$2^{7/12}$	$2^{8/12}$	$2^{9/12}$	$2^{10/12}$	$2^{11/12}$	$2^{12/12}$

Doc.3 : Utiliser la fonction logarithme pour vérifier une dépendance en puissance

La vérification d'une dépendance entre x et y de la forme $y = ka^x$ peut se faire en traçant log(y) en fonction de x.

La fonction logarithme vérifie les propriétés suivantes :
- $\log(ab) = \log(a) + \log(b)$
- $\log(a^b) = b\log(a)$
- $10^{\log(a)} = a$, quels que soient a et b strictement positifs.

Doc.4 : Doigtés de quelques notes jouées à la flûte



MATERIEL A DISPOSITION

- Flûte de Pan ;
- iPad avec application iAnalyzerLite (free);
- Tableur : Excel ou Open Office.

Travail à réaliser

1) Analyse du problème et formulation d'un protocole expérimental (durée conseillée : maximum 20 min)

- Trouver une relation linéaire entre la hauteur f_n d'une des notes de la gamme tempérée et le numéro n de cette note dans cette gamme. Aide : pour une suite géométrique de raison a, $u_n = u_o * a^n$
- Proposer alors un protocole expérimental détaillé permettant de vérifier cette relation. Ce protocole devra inclure le tracé d'un graphique et sa modélisation et on s'intéressera uniquement à la $4^{ème}$ octave.

Appeler le professeur pour valider votre protocole.

2) Réalisation du protocole proposer (durée conseillée : 20 min)
Mettre en œuvre votre protocole.

Appeler le professeur pour vérifier l'une des mesures.

3) Communication sur le travail réalisé et sur les résultats obtenus (minimum 10 min).

- La relation recherchée est-elle vérifiée ?
- Comparer la valeur « a » expérimentale de la raison de la suite géométrique et la valeur théorique attendue.

4) Prolongement :

a) Comparer les fréquences des harmoniques du do grave à celles du do aigu. Proposer un lien entre ces fréquences et le caractère consonant de l'intervalle d'octave.
b) En procédant de même, expliquer la consonance de l'intervalle de quinte [do-sol].
c) Expliquer la dissonance de l'intervalle sol-la.
d) Les intervalles de quinte [do-sol], de quarte [do-fa] et de tierce pure [do-mi] ont pour valeurs respectives 3/2, 4/3 et 5/4. Montrer que ces intervalles se retrouvent approximativement dans la gamme tempérée.

Construction de la gamme de Pythagore (Activité documentaire)

Objectif : Comprendre la construction historique de la gamme de Pythagore

En Occident, la première gamme fut la gamme de Pythagore (Fig. 4). Sa construction peut utiliser une corde de tension fixe, mais de longueur variable. Considérons une corde de longueur L, qui joue la note do_3, dont la fréquence est f = 261,6 Hz. Si sa longueur est divisée par 2, elle joue la note à l'octave supérieure (do_4). Elle joue la note située à la quinte du do_3 si sa longueur est divisée par 3/2 : c'est le sol_3 de la gamme de Pythagore.
De même, la note située à la quinte ascendante du sol_3 est un $ré_4$. Elle n'est pas dans l'octave de référence do_3-do_4. En revanche, le $ré_3$ qui est à son octave inférieure s'y trouve. Du point de vue des longueurs de corde, le sol_3 correspond à L/ (3/2), le ré4 à L/ $(3/2)^2$ = 4L/9, et le $ré_3$ au double de cette longueur 8L/9 (Fi.g. 5).

Fig.4 : Pythagore effectuant une expérience sur le son Theorica musica, Venise 1492

a) Exprimer en fraction de f les fréquences correspondant aux longueurs de 2L/3 et 8L/9.
b) La gamme de Pythagore est construite par la quinte de la note précédente, avec changement éventuel d'octave pour se ramener entre le do_3 et le do_4. Exprimer ainsi, sous forme de fraction rationnelle de f, les trois fréquences suivantes.
c) Le fa_3 est défini de sorte que le do_4 est à la quinte du fa_3. Exprimer sa fréquence sous forme de fraction rationnelle.
d) Calculer les fréquences obtenues et les classer par ordre croissant pour les attribuer aux notes do_3, $ré_3$, mi_3, fa_3, sol_3, la_3, si_3 et do_4.
e) Calculer, sous forme de fraction rationnelle, les intervalles entre deux notes consécutives.
f) Deux intervalles seulement apparaissent. Le plus grand est appelé ton et le plus petit demi-ton. Entre quelles notes n'y a-t-il qu'un demi-ton ?
g) Un tel demi-ton vaut-il la moitié d'un ton ? Les demi-ton et ton sont-ils exactement les mêmes que ceux de la gamme tempérée (respectivement $2^{1/12}$ et $2^{2/12}$) ?

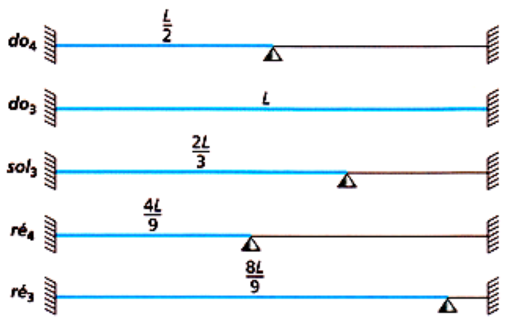


Fig.5 Notes associées aux longueurs de corde vibrante.